

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

Кафедра інформаційної безпеки

«На правах рукопису»

УДК 519.866

«До захисту допущено»

В.о. завідувача кафедри
М.В.Грайворонський
“ ” _____ 2019 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

зі спеціальності: 113 Прикладна математика

на тему: ”Прогнозування й аналіз поведінки національних валют за допомогою
вейвлет-аналізу”

Виконав: студент 2 курсу, групи ФІ-72мн
(шифр групи)

Башинський Богдан Янович _____
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Науковий керівник д.т.н. Качинський А.Б. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали) (підпис)

Консультант _____
(назва розділу) (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ініціали) (підпис)

Рецензент _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали) (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

Київ – 2019 року

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

Кафедра інформаційної безпеки

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-науковою програмою

Спеціальність (спеціалізація) – 113 Прикладна математика («Аналітичні методи безпеки інформації»)

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ М.В.Грайворонський
(підпис)

« ____ » _____ 2019 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Башинському Богдану Яновичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації: “Прогнозування й аналіз поведінки національних валют за допомогою вейвлет-аналізу”

науковий керівник дисертації проф., д.т.н. Качинський А.Б. _____ ,

_____ ,
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «02 » квітня 2019 р. № 1023-с

2. Термін подання студентом дисертації _____

3. Об'єкт дослідження _____

4. Предмет дослідження _____

5. Перелік завдань, які потрібно розробити _____

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу _____

7. Орієнтовний перелік публікацій _____

8. Консультанти розділів дисертації*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка

Студент _____
(підпис) (ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації _____
(підпис) (ініціали, прізвище)

РЕФЕРАТ

Робота обсягом 60 сторінок включає 52 ілюстрації, 7 джерел літератури. метою роботи є побудова нелінійної моделі динаміки курсів національних валют гривні до долару США та російського рубля до долару США.

Об'єкт дослідження – математичні моделі валютного ринку України та Російської Федерації.

Предмет дослідження – математичні моделі і методи аналізу нестационарних часових рядів курсів національних валют гривні та російського рубля.

В даній роботі проаналізовано сучасні математичні моделі динаміки валютних ринків, застосовано кластерний аналіз для оцінки природи поведінки динаміки змін курсу валют, розроблено нелінійну модель динаміки національної валюти з використанням вейвлета Морле, здійснено аналіз отриманої моделі на основі нестационарних часових рядів динаміки курсів національних валют гривні та російського рубля, побудовано скалограми для кожного з курсів національних валют.

Отримана інформація може бути використана інвесторами на відповідних валютних ринках у своїх інвестиційних стратегіях, а також в педагогічній діяльності.

вейвлет-аналіз, ортогональні поліноми, вейвлет Морле, часовий ряд, скалограма, кластеризація

ABSTRACT

Work consists of 60 pages that includes 53 illustrations, 7 sources of literature.

The purpose of the work is to construct a nonlinear model of the dynamics of the exchange rates of the national currencies of the hryvnia to the US dollar and the Russian ruble to the US dollar.

Object of research is mathematical models of the currency market of Ukraine and the Russian Federation.

Subject of research - mathematical models and methods of analysis of nonstationary time series of the courses of national currencies of hryvnia and Russian ruble.

In this paper, modern mathematical models of dynamics of currency markets are analyzed, cluster analysis is used to assess the nature of the behavior of the dynamics of exchange rate changes, a nonlinear model of the dynamics of the national currency using the Morlet wavelet has been developed, an analysis of the obtained model based on nonstationary time series of the dynamics of the rates of the national currencies of the hryvnia and Russian rubles, scalars were constructed for each of the national currency rates.

The information received can be used by investors in the relevant currency markets in their investment strategies as well as in pedagogical activities.

wavelet analysis, orthogonal polynomials, Morley wavelet, time series, scalogram, clustering

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів.....	13
Вступ.....	9
1 Огляд літератури.....	11
1.1 Недоліки Фур'є аналізу.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.2 Переваги вейвлет- аналізу.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.3 Вейвлет Морле.....	19
1.4 Кластеризація методом K-means застосовно до валютних ринків.....	19
Висновки до розділу 1.....	24
2 Застосування методу K-means для кластеризації часових рядів курсів національних валют гривні та російського рубля.....	25
2.1 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2014 р.....	25
2.2 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2015 р.....	27
2.3 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2016 р.....	29
2.4 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2017 р.....	31
2.5 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2018 р.....	33
Висновки до розділу 2.....	37
3 Вейвлет-аналіз динаміки курсів національних валют.....	38
3.1 Алгоритм вейвлет-анализ динаміки курсів національних валют.....	38
3.2 Аналіз динаміки курсів національних валют 2014 р.	40
3.3 Аналіз динаміки курсів національних валют 2015 р.....	43

3.4 Аналіз динаміки курсів національних валют 2016 р.	47
3.5 Аналіз динаміки курсів національних валют 2017 р.	50
3.6 Аналіз динаміки курсів національних валют 2018 р.	54
Висновки до розділу 3.....	57
Висновки.....	59
Перелік джерел посилань.....	60

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

ПФ – перетворення Фур'є

ВПФ – віконне перетворення Фур'є

Гц – Герци

СФ – Спектр Фур'є

ВП – вейвлет перетворення

МНК – метод найменших квадратів

ВСТУП

Вейвлет-аналіз є досить новим підходом до дослідження різноманітних систем, зокрема для фінансових ринків. Вейвлет-перетворення – розкладення одновимірного сигналу за базисом, що складається з солітоноподібної функції (вейвлета) за допомогою її розтягування (стискання) та переміщення вздовж часової осі. В період ринкової глобальної економіки, коли фінансові кризи є досить суттєвими джерелами дестабілізації не тільки економіки, важливим є передбачення і мінімізація збитку від світових фінансових криз. Дослідження валютного ринку є одною із нагальних проблем сучасної економіки, яка в свою чергу звертається до математичних засобів. Для виконання роботи були використанні данні офіційного сайту НБУ та Центробанку РФ.

Актуальність роботи. Вейвлет-перетворення розроблено для вирішення завдань, які неможливо вирішити за допомогою традиційного перетворення Фур'є. На відміну від Фур'є аналізу, вейвлет-аналіз дає змогу встановити не лише спектральний склад часового ряду, а й момент виникнення коливань певної частоти, що є критично важливою інформацією в аналізі фінансових спекулятивних ринків. На сьогоднішній день вейвлет-перетворення знаходить все більш широке застосування в обробці часових рядів.

Мета та завдання: метою роботи є побудова нелінійної моделі динаміки курсів національних валют гривні до долару США та російського рубля до долару США.

Для досягнення мети потрібно виконати такі завдання

1. Проаналізувати сучасні математичні моделі динаміки валютних ринків.
2. Застосувати кластерний аналіз для оцінки природи поведінки динаміку змін курсу валют.
3. Розробити нелінійну модель динаміки національної валюти з використанням вейвлета Морле.

4. Здійснити аналіз отриманої моделі на основі нестационарних часових рядів динаміки курсів національних валют гривні та російського рубля.

Методи дослідження. В основу досліджень покладено вейвлет-аналіз, статистичний аналіз часових рядів, функціональний аналіз. Дослідження виконуються з використанням вже існуючого математичного апарату та методів обробки інформації.

Об'єкт дослідження – математичні моделі валютного ринку України та Російської Федерації.

Предмет дослідження – математичні моделі і методи аналізу нестационарних часових рядів курсів національних валют гривні та російського рубля.

Наукова новизна роботи полягає в розробці нелінійної динамічної моделі валютного ринку України та Російської Федерації.

Практичне значення одержаних результатів. Результати роботи можуть використовуватись для подальшого дослідження системи валютного ринку, використовуватись в педагогічній діяльності, а також можуть враховуватись інвесторами при побудові інвестиційних стратегій.

1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1 Недоліки Фур'є аналізу

Математичні перетворення застосовуються до сигналу для того, щоб отримати про нього якусь додаткову інформацію, недоступну в початковому вигляді. Серед багатьох відомих перетворень сигналів найбільш використовуваним є ПФ[1].

Більшість сигналів, що зустрічаються на практиці, представлені в часовій області, тобто сигнал є функція часу. Таким чином, при відображенні сигналу на графіку однією з координат (незалежною) є вісь часу, а іншою координатою (залежною) є вісь амплітуд. Це уявлення сигналу називається амплітудно-часовим. Для більшості застосувань амплітудно-часове представлення не є найкращим. У багатьох випадках найбільш значима інформація прихована в частотній області. Частотний спектр є сукупність частотних (спектральних) компонент. Спектр показує наявність в сигналі гармонік з певними частотами.

Як відомо, частота вимірюється в Гц або в числі періодів в одиницю часу. На рисунку 1.1 зображені три синусоїди з частотами 3, 10 і 50 [Гц]. Частотний склад сигналу визначається за допомогою спектра сигналу на основі ПФ. Нехай $y(t) \in L^2(\mathbb{R})$ – сигнал, що аналізується. ПФ сигналу задається формулою

$$\hat{y}(\omega) = \int \exp(-i \cdot \omega \cdot t) \cdot y(t) dt$$

СФ сигналу дорівнює

$$P(\omega) = |\hat{y}(\omega)|^2$$

причому

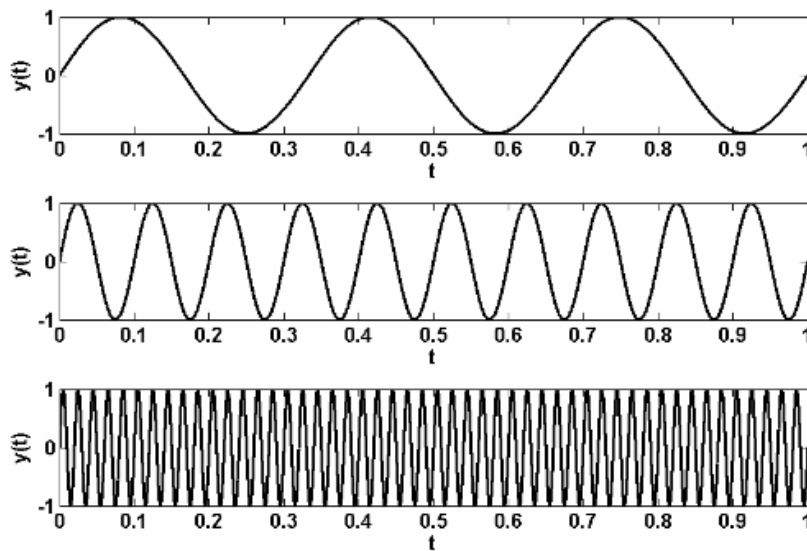


Рисунок 1.1 - Синусоїди з частотами 3, 10 і 50 [Гц]

$$\int y^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int P(\omega) d\omega$$

тобто СФ показує, на яких частотах ω зосереджена енергія сигналу. Зауважимо, що ω є циклічною частотою, значення ж частоти в [Гц] дорівнює $f = \omega/2\pi$.

Нехай $y(t) = A \cdot \cos(i \cdot \omega_0 \cdot t)$ - косинусоїд з частотою ω_0 , тоді $P(\omega) = \pi^2 \cdot A^2 \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$, де $\delta(x)$ - дельта функція. Значить, СФ виявляє гармоніки на частотах ω_0 і $-\omega_0$, як і повинно бути. Цей приклад демонструє чудову здатність ПФ фокусувати в точку "розмазати" по часу інформацію про періодичність функції при переході з часової області в частотну. Досягається це за рахунок того, що ядро ПФ, тобто функція $\exp(-i \cdot \omega \cdot t)$, не локалізовано в часі, але має граничну локалізацію в частотній області. Ця обставина і робить ПФ відмінним інструментом для вивчення процесів, властивості яких не змінюються з часом (у нашому прикладі це забезпечується умовами $A = \text{const}$ і $\omega_0 = \text{const}$).

У реальності немає безперервних сигналів, всі сигнали задаються дискретно, відліками. Нехай $y_n = y(n \cdot t_s)$, $n=0, 1, K, L-1$ - відомі відліки досліджуваного сигналу $y(t)$, виміряні з частотою дискретизації f_s , тобто $t_s = 1/f_s$. ПФ дискретного сигналу обчислюється за формулою

$$\hat{y}_k = \sum_{n=0}^{L-1} y_n \cdot \exp\left(-\frac{i \cdot 2\pi \cdot k \cdot n}{L}\right), k = 0, 1, \dots, L-1,$$

при цьому СФ

$$P(f_k) = |\hat{y}_k|^2, k = 0, 1, \dots, L-1,$$

є лінійним зі значеннями в абсцисах $f_k = \frac{k}{L} \cdot f_s$ [Гц], $k=0, 1, K, L-1$. Виконується закон збереження енергії сигналу

$$\sum_{n=0}^{L-1} y_n^2 = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} P(f_k)$$

Видно, що СФ має пік не тільки на частоті 50 [Гц], але і на частоті 950 [Гц]. Причина полягає в тому, що для матеріального сигналу $\hat{y}_k = \overline{\hat{y}_{L-k}}$ при $1 \leq k < L/2$ (а позначає комплексне спряження числа а), тобто СФ симетричний. Значить, при побудові СФ досить відображати коефіцієнти $P(f_k)$ при $k = 0, 1, K, [L/2]$ ($[x]$ позначає найближче знизу ціле до x), решта коефіцієнтів все одно не несуть нової інформації. Таким чином, по СФ дискретного сигналу можна виділити гармоніки, частоти яких лежать на відрізку $[0; \pi f_s]$ (на відрізку $[0; f_s/2]$, якщо висловлювати частоти в [Гц]). Реальні сигнали зазвичай складаються з безлічі гармонік і рідко мають такі прості СФ.

Частотна інформація вкрай необхідна для більш повного аналізу сигналів. Справа в тому, що часто інформація, що не помітна в часовому поданні, проявляється в частотному поданні. Так буває, наприклад, з електрокардіограмою (ЕКГ). Типовий вид ЕКГ добре відомий кардіологів. Будь-яке значне відхилення від нього розглядається як патологія. Ця патологія, однак, не завжди може бути помітна в часовому поданні сигналу. Тому в останніх моделях електрокардіографів для аналізу використовується і частотне подання сигналу.

Крім ПФ існує і багато інших часто застосовуваних перетворень сигналу. Прикладами є перетворення Гільберта, віконне ПФ, розподіл Вігнера, перетворення Уолша, вейвлет перетворення і багато інших. Для кожного

перетворення можна вказати найбільш придатну область застосування, переваги і недоліки, і ВП не є в цьому сенсі винятком.

Для кращого розуміння потреби в ВП розглянемо докладніше ПФ і його недоліки. ПФ є оборотним

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int \exp(i \cdot \omega \cdot t) \cdot \hat{y}(\omega) d\omega$$

або

$$y_n = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \hat{y}_k \cdot \exp\left(\frac{i \cdot 2\pi \cdot k \cdot n}{L}\right), \quad n = 0, 1, \dots, L - 1.$$

Однак тільки одне з представлень є для нас в кожен момент часу: або частотне, або часове. Виникає природне запитання: чи можливо отримати спільне частотно–часове представлення сигналу? Нагадаємо, що СФ виявляє наявність тієї чи іншої частоти в сигналі. За СФ можна дізнатися, в який момент часу виникла (зникла) та чи інша частота. Втім, ця інформація і не потрібно, якщо сигнал стаціонарний.

Обговоримо концепцію стаціонарності, так як вона одна з найбільш важливих при аналізі сигналів. Стаціонарними називаються сигнали, частотне наповнення яких не змінюється з часом. Тому при частотному аналізі таких сигналів не потрібна інформація про те, в який момент часу виникла (зникла) та чи інша частота - частоти присутні в сигналі протягом усього його тривалості.

Сигнал $y(t) = \cos(10 \cdot 2\pi \cdot t) + \cos(25 \cdot 2\pi \cdot t) + \cos(50 \cdot 2\pi \cdot t) + \cos(100 \cdot 2\pi \cdot t)$, зображений на Рис.1.2, є стаціонарним, тому що містяться в ньому частоти 10, 25, 50 і 100 [Гц] не змінюються з часом. На цьому ж Рис. зображений СФ цього сигналу. Очевидно, за СФ легко можна визначити частотні складові сигналу. На Рис.1.3 показаний нестаціонарний сигнал $y(t) = \cos(f(t) \cdot 2\pi \cdot t)$ і його СФ, де

$$f(t) = \begin{cases} 100, & t \in [0; 0.3] \\ 50, & t \in [0.3; 0.6] \\ 25, & t \in [0.6; 0.8] \\ 10, & t \in [0.8; 1] \end{cases}$$

По суті, цей сигнал складається з чотирьох гармонік з різними частотами, що зустрічаються на чотирьох різних інтервалах. Як видно з СФ, всі чотири частотних компоненти можуть бути досить точно визначені за відповідними їм максимумів. "Помилкові" піки (з боків основних максимумів) мають невелику величину в силу того, що частота сигналу змінюється рідко. Зауважимо, що піки, відповідні високочастотним гармонікам, більше і краще локалізовані, ніж піки, відповідні низькочастотних гармонікам. Це пов'язано з тим, що "час життя" високочастотних гармонік більше. Все здається правильним - СФ має чотири піку, які відповідатимуть чотирьом гармонікам, присутнім в сигналі. Втім, не все вже так добре, оскільки СФ показує, що всі чотири гармоніки існують протягом усього проміжку часу. Порівнявши СФ сигналів на рисунку.1.2 і рисунку.1.3, ми не виявимо якісної різниці. На обох графіках виділяються чотири частотні складові 10, 25, 50 і 100 [Гц]. СФ двох таких різних сигналів виявилися схожі. Тому, ПФ непридатне для аналізу нестационарних сигналів, за одним винятком: ПФ може використовуватися для аналізу нестационарних сигналів, якщо нас цікавить лише інформація про частотному складі сигналу, а час існування частотних складових неважливо. В іншому випадку треба шукати більш придатний метод аналізу.

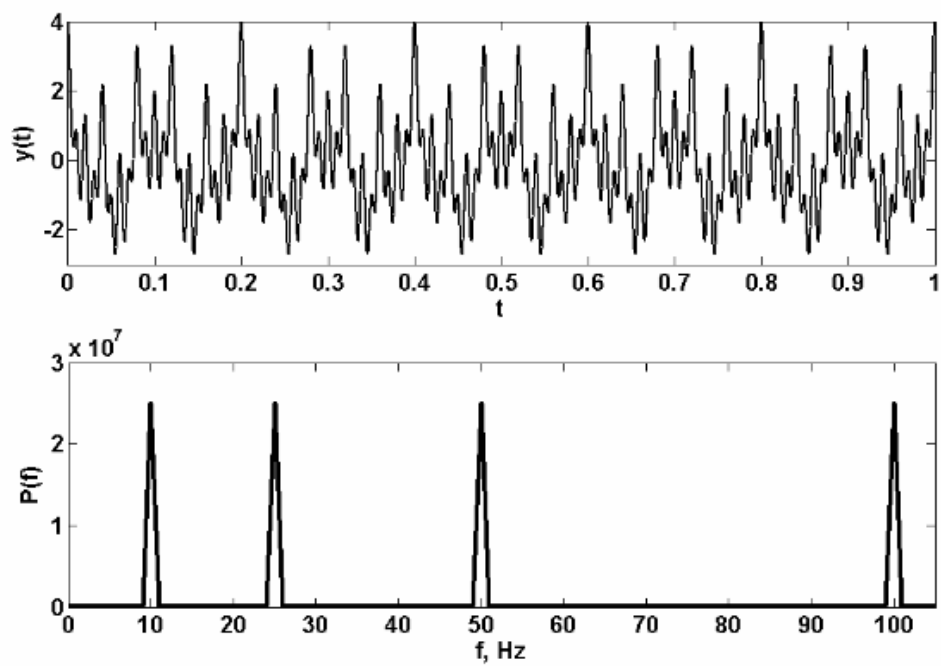


Рисунок 1.2 - Сигнал і його СФ

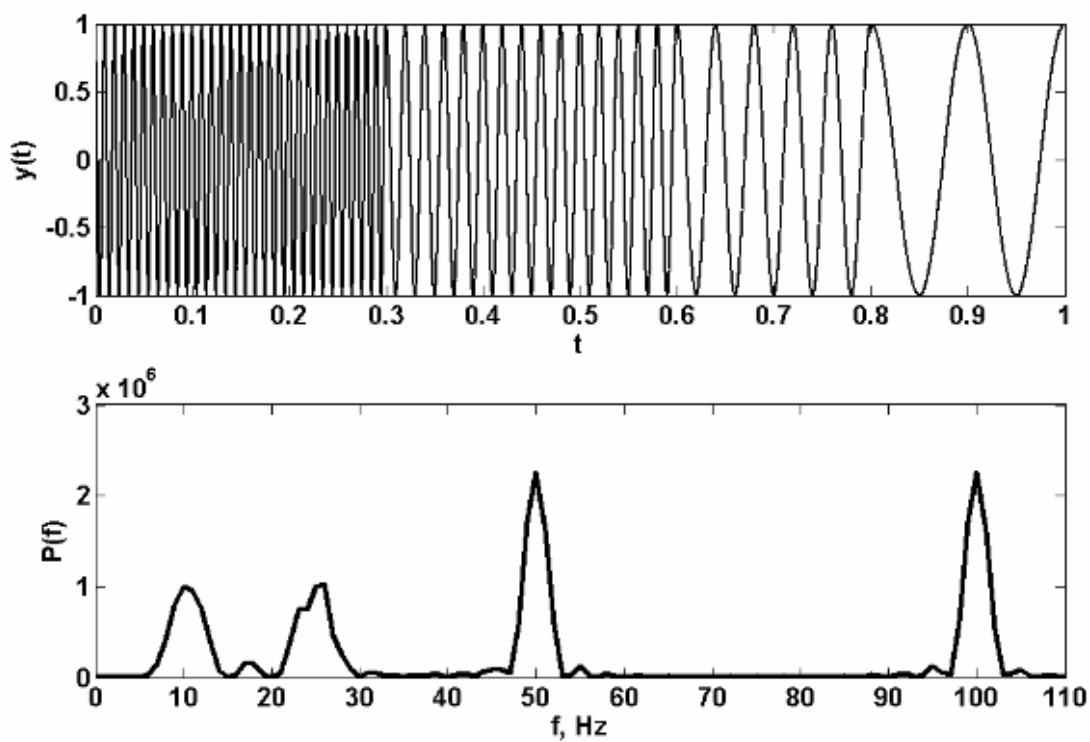


Рисунок 1.3 - Сигнал і його СФ

Таким чином, ПФ має такі недоліки:

- Для отримання перетворення на одній частоті потрібно вся часова інформація про сигнал. Це означає, що має бути відомо майбутню поведінку сигналу.
- Якщо досліджуваний сигнал не має чіткого періодичного характеру і його структура неоднорідна в часі, ефективність ПФ в значній мірі знижується, хоча він і залишається повністю в силі. Зокрема, не вдається заощадити обсяг даних за рахунок переходу від амплітудно-часового до амплітудно-частотному поданням сигналу.
- ПФ має "глобальної" чутливістю до "локальним" стрибків і різким піках амплітуди сигналу. Пік сигналу у часовій області поширюється по всій частотній області його ПФ. При цьому модифікація коефіцієнтів Фур'є (наприклад, обрізання високочастотних гармонік з метою фільтрації шуму) вносить однакові зміни в поведінку сигналу на всій області визначення.

1.2 Переваги вейвлет-аналізу

Інженер-геофізик Д. Морле в кінці 70-х років XX ст. зіткнувся з проблемою аналізу сигналів від сейсмодатчиків, які містили високочастотну компоненту (сейсмічна активність) протягом короткого проміжку часу і низькочастотні складові (спокійний стан земної кори) - протягом тривалого періоду.

ВПФ дозволяє аналізувати або високочастотну складову, або низькочастотну складову, але не обидві складові відразу. Тому було запропоновано метод аналізу, в якому ширина віконної функції для низьких частот збільшувалася, а для високих частот - зменшувалася.

Нове віконне перетворення виходило в результаті розтягування (стиснення) і зміщення за часом однієї породжує (так званої скейлінг функції - scaling function, scalet) функції. Ця породжує функція була названа вейвлетом (англ. Слово wavelet - вейвлет - що є перекладом французького "ondelette",

можна формально перевести словосполученням "маленька хвиля", "невелике коливання", "компактна хвиля", "сплеск"). На базі такого підходу виникло цілий напрям в теорії обробки сигналів, що отримало назву вейвлет аналізу.

Дамо тепер формальні визначення, що лежать в основі вейвлет-аналізу:

Визначення 1. Інтегральним вейвлет-перетворенням функції $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ називається вираз

$$W(a, b) = \frac{1}{|a|^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (1.1)$$

Визначення 2. Що входить до виразу (1.1) функція $\psi(t)$ називається вейвлетом (аналізуючим, базисним або материнським вейвлетом). Зауважимо, що у формулі (1.1) символом $*$ позначена процедура комплексного сполучення.

Параметр a визначає розмір вейвлета і називається масштабом (scale). Його аналогом в Фур'є-аналізі є період (частота) гармонійного коливання. Слід сказати, що поняття масштаба - більш широке (хоча і менш наочне), ніж поняття періода. Пов'язано це з тим, що в Фур'є-перетворенні функціональний вид ядра перетворення зафіксований раз і назавжди, в той час як вейвлет-перетворення однієї і тієї ж функції можна отримати за допомогою різних базисних вейвлетів (в різних системах масштабів). Параметр b задає часову локалізацію вейвлета і називається зміщенням (shift). Цей параметр не має аналога в Фур'є-перетворенні.

Визначення 3. Обернене інтегральне вейвлет-перетворення задається виразом

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(a, b) \psi \left(\frac{t-b}{a} \right) \frac{1}{a^{1/2}} \frac{da db}{a^2}$$

де C_{ψ} – нормуючий коефіцієнт:

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty.$$

Крім інтегральних вейвлет-перетворень в окремих застосуваннях (чисельне моделювання, стиск зображень і т.д.) знайшли широке застосування дискретні вейвлет-перетворення, засновані на використанні цілочисельних зсувів

і заданні масштабів ступенями двійки. Досвід показав, що для аналізу часових рядів неперервні перетворення більш зручні, ніж дискретні.

1.3 Вейвлет Морле

Аналітичне представлення вейвлета Морле задається наступним виразом:

$$\psi(t) = e^{-t^2/a^2} [e^{ik_0 t} - e^{-k_0^2 a^2/4}],$$

Вейвлет Морле - це плоска хвиля, модульована гауссіаной. Параметр a задає ширину Гауссіани, параметр k_0 - частоту плоской хвилі. Зазвичай вибирають $a^2 = 2$ і $k_0 = 2\pi$. При цих значеннях з достатньою точністю можна прийняти:

$$\psi(t) = e^{-t^2/a^2} e^{i2\pi t},$$

Графік дійсної частини вейвлета Морле представлений на рисунку 1.4:

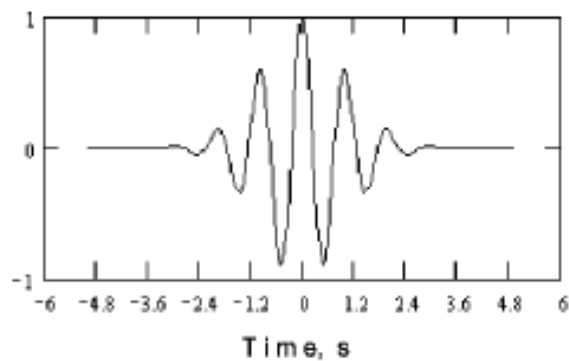


Рисунок 1.4 - Дійсна частина вейвлета Морле

1.4 Кластеризація методом K-means застосовно до валютних ринків

Кластеризація - це метод розділення даних на різні групи, в кожній з яких дані подібні один одному. Мета кластеризації полягає у визначенні знаній і змістовних груп даних. Групи можуть бути використані безпосередньо, проаналізовані більш глибоко, або передані як ознака або результат для

прогнозної моделі регресії або класифікації. *K-means* – один з перших методів кластеризації, але як і раніше широко використовується завдяки відносній простоті алгоритму та здатності масштабуватися до великих наборів даних.

Метод *K-means* розділяє дані на K кластерів шляхом мінімізації суми квадрата відстані кожного запису до *середнього значення* кластера, до якого цей запис відносять. Це середнє значення, яке також називають центром кластера, або центроїдом, позначається внутрішньокластерною сумою, або внутрішньокластерною SS . *K-means* не гарантує, що кластери матимуть однаковий розмір, але він знаходить кластери, які найкраще розділені.

Як правило, неперервні змінні необхідно нормалізувати (стандартизувати) шляхом віднімання середнього і ділення на стандартне відхилення. В іншому випадку змінні з великим масштабом будуть домінувати в процесі кластеризації.

Розглянемо наступний приклад: набір даних з n записів і лише двома змінними, x і y . Припустимо, ми хочемо розділити дані на $K = 4$ кластери. Це означає, що необхідно кожний запис (x_i, y_i) віднести до кластеру k . Припускаючи віднесення n_k записів до кластеру k , центром кластера (\bar{x}_k, \bar{y}_k) буде середнє значення точок у кластері:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in \text{Cluster } k} x_i$$

$$\bar{y}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in \text{Cluster } k} y_i$$

Сума квадратів відстаней у кластері задається наступним чином:

$$SS_k = \sum_{i \in \text{Cluster } k} (x_i - \bar{x}_k)^2 + (y_i - \bar{y}_k)^2$$

Метод *K-means* знаходить такий розподіл записів у кластери, який мінімізує внутрішньокластерну суму квадратів відстаней по всіх чотирьох кластерах $SS_1 + SS_2 + SS_3 + SS_4$.

$$\sum_{k=1}^4 SS_i$$

Кластеризація методом *K*-means може бути використана для кращого розуміння динаміки цін на акції відносно їх тенденцію групуватися в кластери. Спробуємо методом *K*-means кластеризувати дані про дохідність акцій ExxonMobil (XOM) та Chevron (CVX) для 500 періодів, починаючи з 01.01.2011:

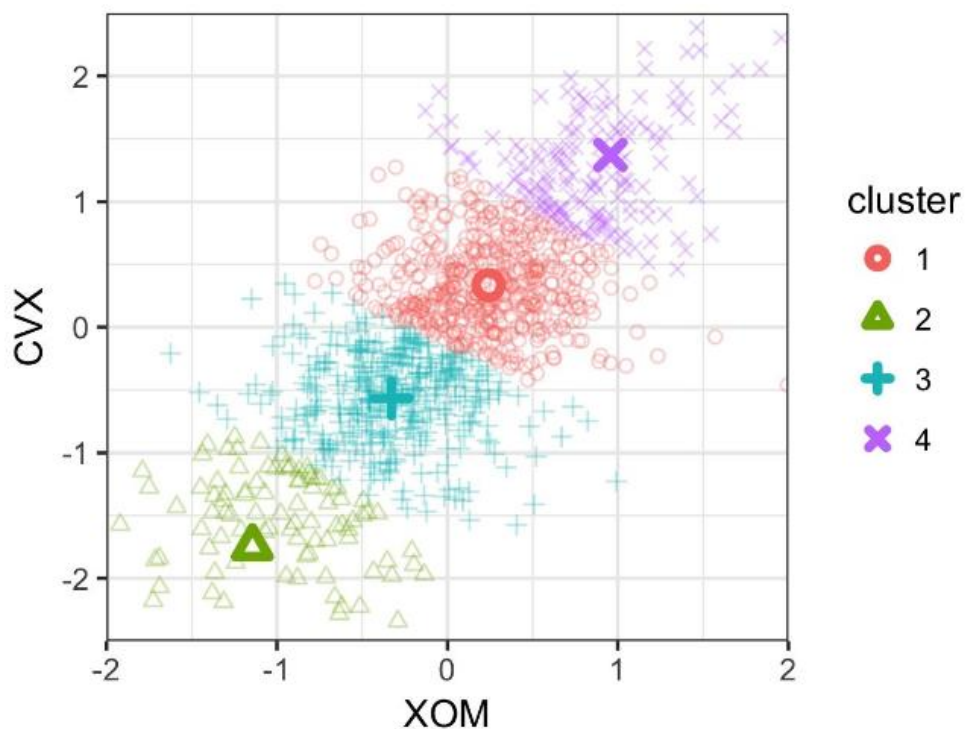


Рисунок 1.5 – Кластеризація методом *K*-means даних про ціни акцій ExxonMobil (XOM) і Chevron (CVX)

Кластери 1 і 3 представляють ринки що падають, а кластери 2 і 4 – ринки що ростуть.

1.4.1 Алгоритм методу *K*-means алгоритм

Вцілому, алгоритм *K*-means може застосовуватись до набору даних з p змінними X_1, \dots, X_p . Хоча знайти точне рішення *K*-means в обчислювальному

плані дуже складно, існує можливість ефективно вирахувати локальний оптимальний розв'язок з залученням евристичних алгоритмів.

Алгоритм починається з визначеної користувачем кількості кластерів K та початкового набору центрів кластерів, а потім багаторазово виконує наступні кроки:

1. Віднести кожний запис до центру найближчого кластеру відповідно виміряному квадрату відстані.
2. Обчислити нові центри кластерів на основі віднесення записів до кластерів.

Алгоритм збігається, коли віднесення до кластерів не змінюється.

Для першої ітерації, необхідно вказати початковий набір центрів кластерів. Зазвичай це можна зробити, довільно відносячи кожний запис до одному K кластерів, а потім знайти середні цих кластерів.

Оскільки цей алгоритм не гарантує знаходження найкращого рішення, рекомендується запустити алгоритм кілька разів з використанням різних випадкових вибірок для ініціалізації алгоритму. Коли використовується більш ніж один набір ітерацій, результат K-means задається ітерацією, яка має найнижчу внутрішньокластерну суму квадратів.

1.4.2 Інтерпретація кластерів

Важливою частиною кластерного аналізу є інтерпретацію кластерів. Два найбільш важливих результати методу K-means є розміри кластерів та їх центри.

В попередньому прикладі розміри кластерів відносно збалансовані. Незбалансовані кластери можуть виникнути в результаті далеких викидів, або груп записів, що дуже відрізняється від решти даних – обидві причини потребують подальшого дослідження.

На рисунку 3.2 наведено результат застосування методу K-means до набору ринків акцій. Він розкриває природу кожного кластера. Наприклад,

кластери 1 і 2 відповідають дням, на якому ринок спадає і зростає відповідно. Кластери 3 і 5 характеризуються днями зростання ринку акцій споживчого ринку та днями спадання ринку енергетичних акцій відповідно. Нарешті, кластер 4 захоплює дні, в яких енергетичні акції зростали, а акції споживчого ринку спадали.

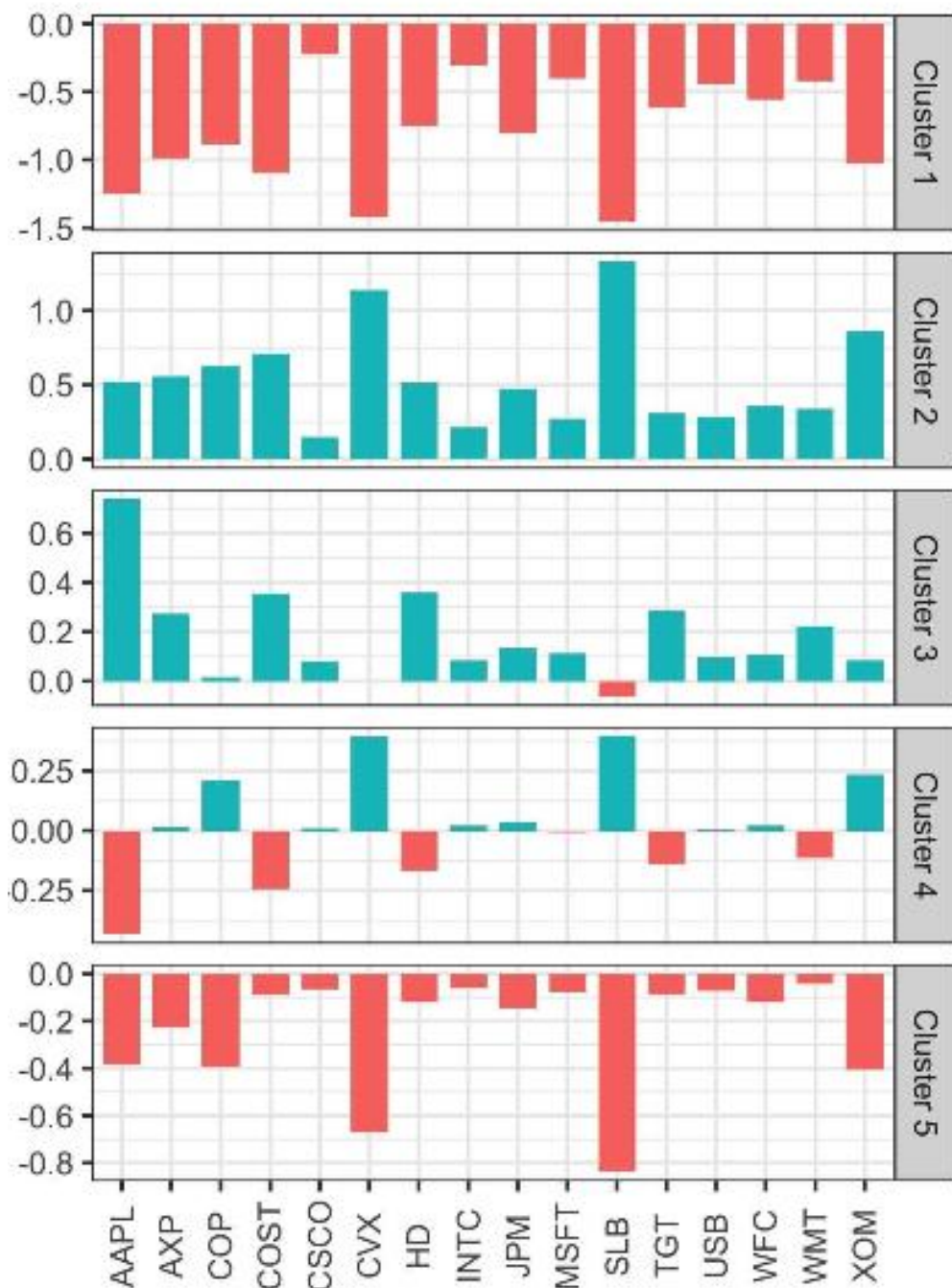


Рисунок 1.6 – Середні значення змінних в кожному кластері

1.4.3 Вибір кількості кластерів

Алгоритм K-means вимагає, щоб ви вказали кількість кластерів K. Іноді кількість кластерів визначається застосуванням. Наприклад, компанії, що управляє відділом продажів, може знадобитися кластеризувати клієнтів в «типажі», щоб зосередити свою роботу і дзвонити їм з комерційними пропозиціями. В такому випадку, управлінські міркування диктуватимуть кількість необхідних клієнтських сегментів - наприклад, два сегмента може не забезпечити корисної диференціації клієнтів, в той час як вісім може бути занадто багато, щоб їх обробити

.За відсутності кількості кластерів, що диктується практичними міркуваннями або управлінських можливостями, може бути використаний статистичний підхід. Не існує стандартного методу, щоб визначити «найкраще» число кластерів.

Висновки до розділу 1

В розділі 1 було розглянуто теоретичні основи Фур'є аналізу, вейвлет-аналізу, а також кластеризації методом K-means. Також були розглянуті недоліки Фур'є аналізу, для подолання яких було запропоновано використання вейвлет-аналізу для аналізу часових рядів. Головною перевагою вейвлет-аналізу є отримання частотно-часової характеристики, що дозволяє відслідкувати не лише те, коливання в яких частотах присутні в часовому ряді, а й час зародження коливань кожної частоти, що є дуже важливою складовою аналізу часових рядів.

2 Застосування методу K-means для кластеризації часових рядів курсів національних валют гривні та російського рубля

Для кластеризації часових рядів курсів національних валют гривні та російського рубля методом K-means було обрано наступні параметри:

- Кількість кластерів $k=4$;
- Кількість ітерацій $n=100$.

2.1 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2014 р.

На рисунках 2.1 зображено результати кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014:

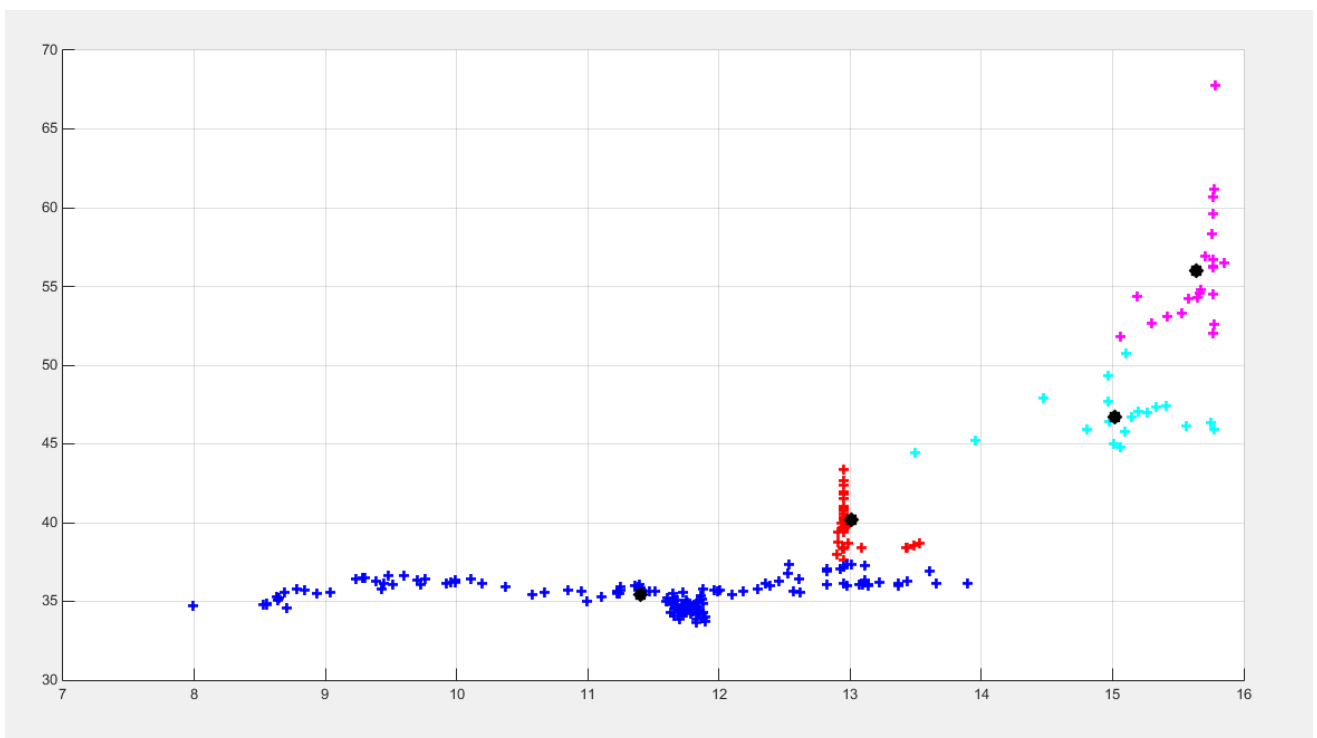


Рисунок 2.1 – Кластеризація курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014 методом K-means

На рисунку 2.2 зображено графік курсу гривні до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

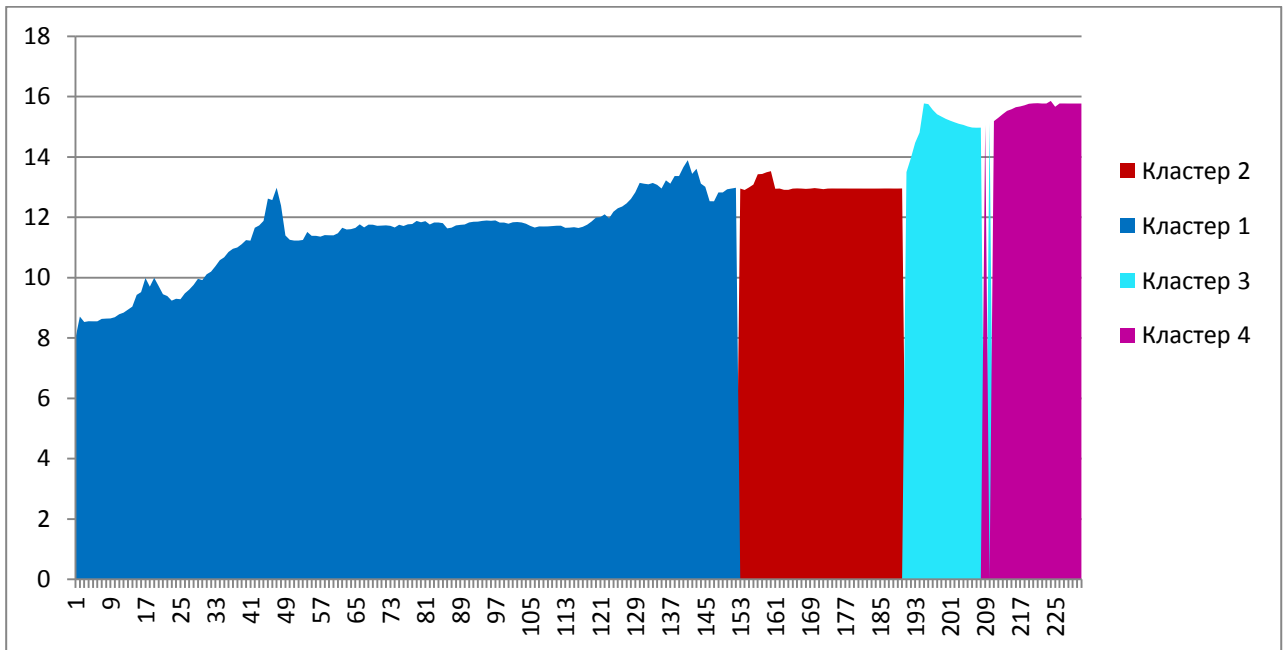


Рисунок 2.2 – Візуалізація результатів кластеризації курсу гривні до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014

На рисунку 2.3 зображено графік курсу російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

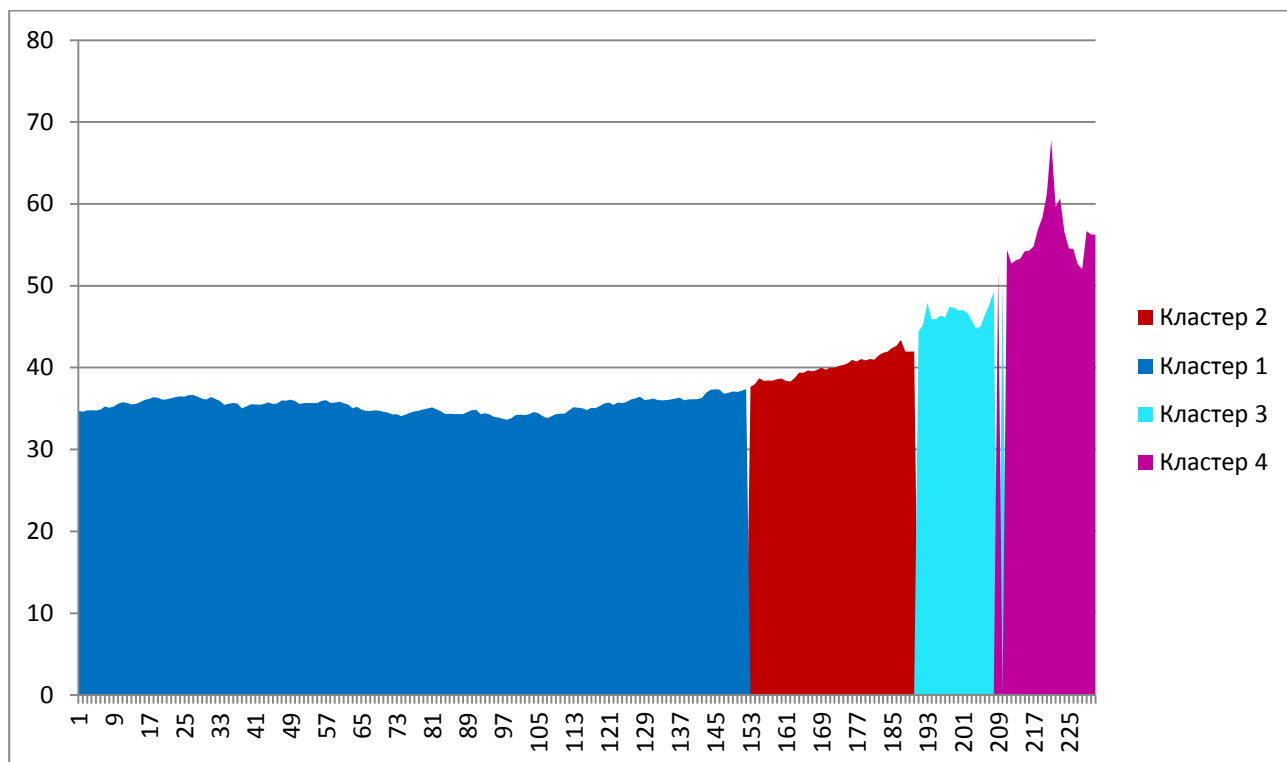


Рисунок 2.3 – Візуалізація результатів кластеризації курсу російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014

2.2 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2015 р.

На рисунках 2.4 зображено результати кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015:

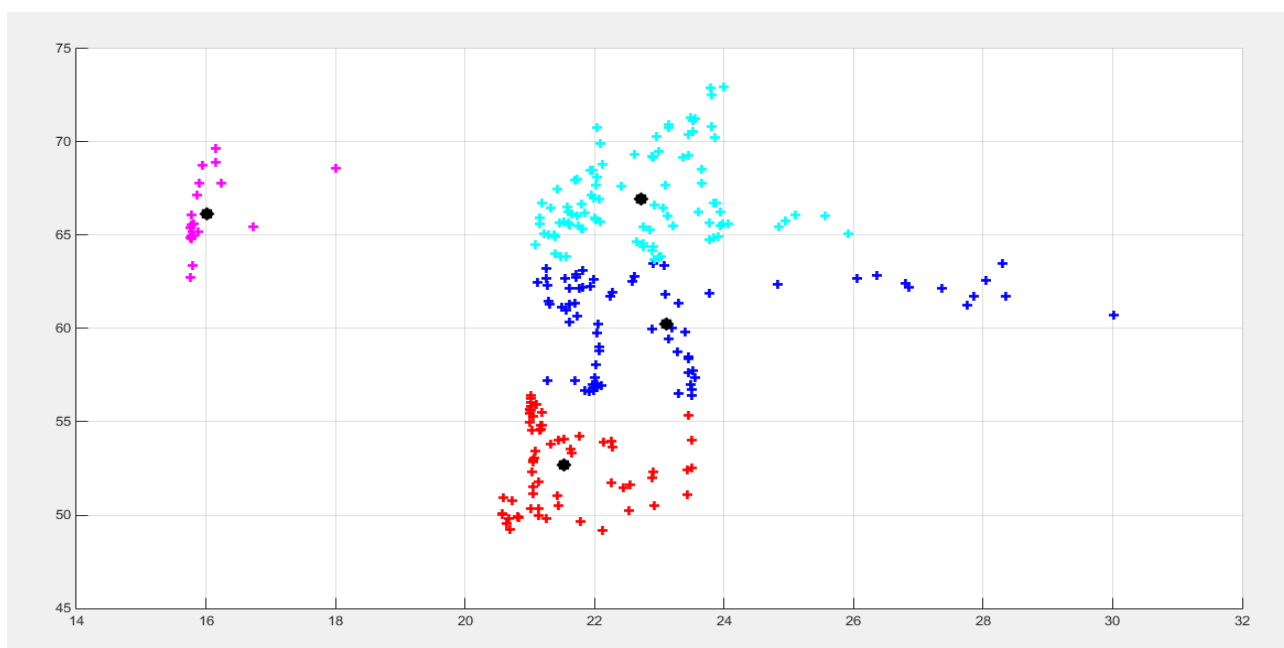


Рисунок 2.4 – Кластеризація курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015 методом K-means

На рисунку 2.5 зображено графік курсу гривні до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

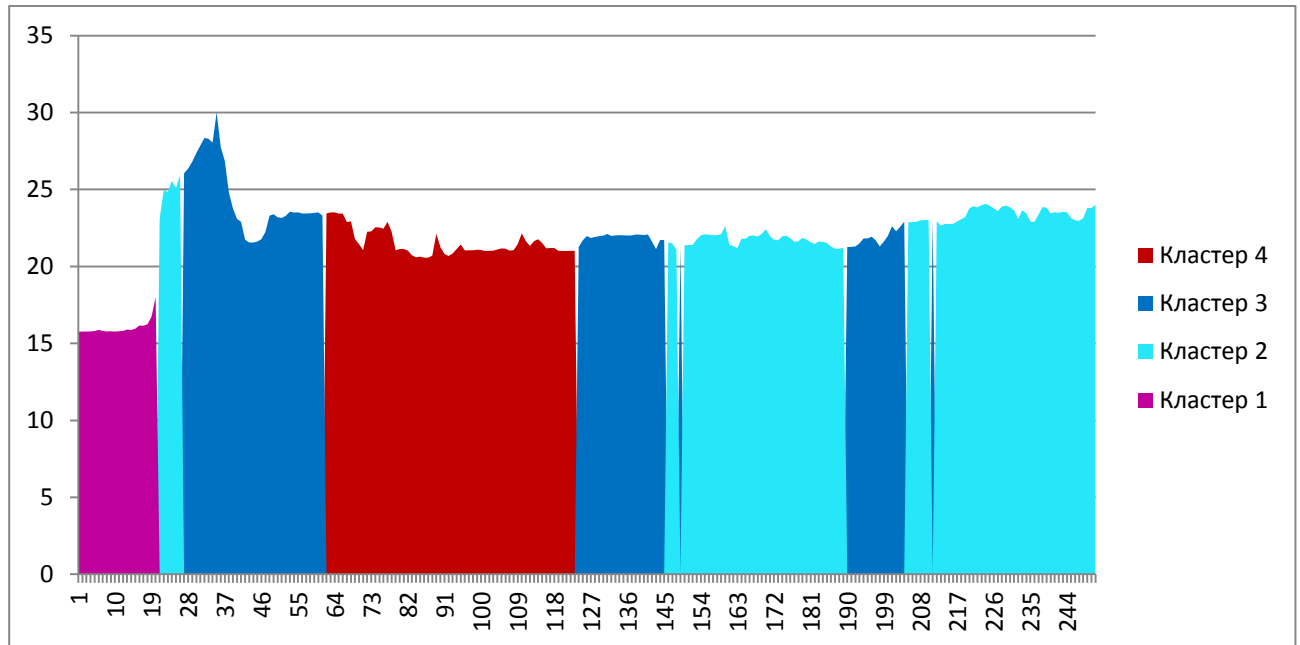


Рисунок 2.5 – Візуалізація результатів кластеризації курсу гривні до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

На рисунку 2.6 зображено графік курсу російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

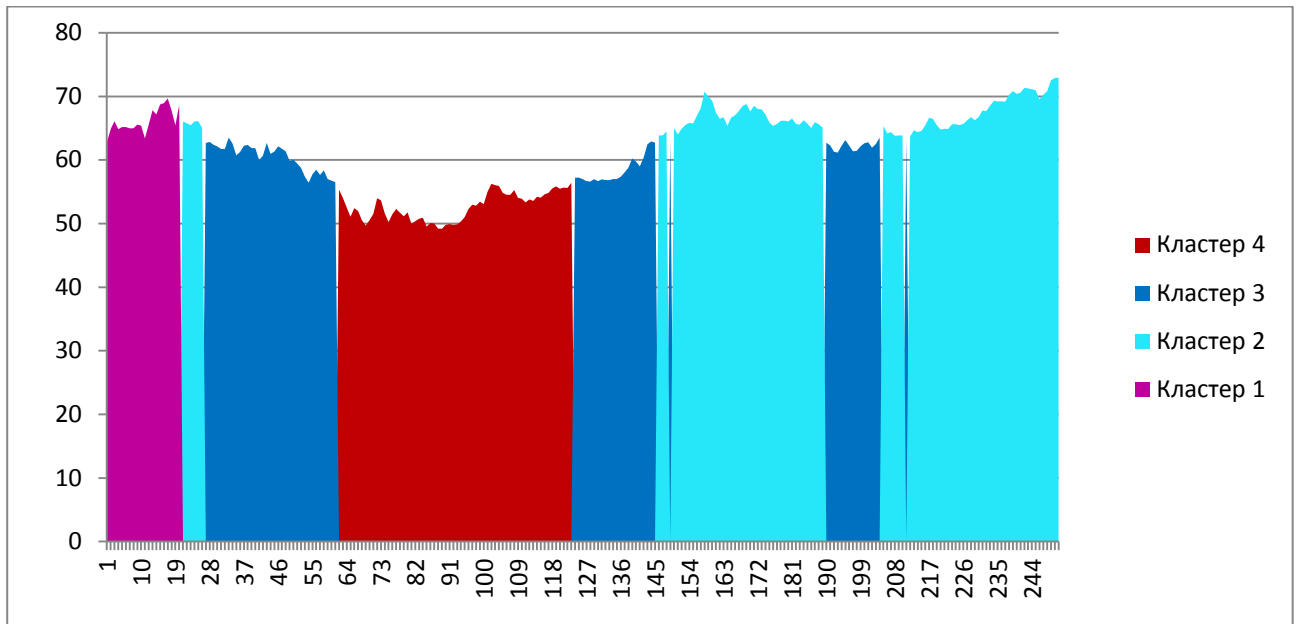


Рисунок 2.6 – Візуалізація результатів кластеризації курсу російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

2.3 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2016 р.

На рисунках 2.7 зображено результати кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016:

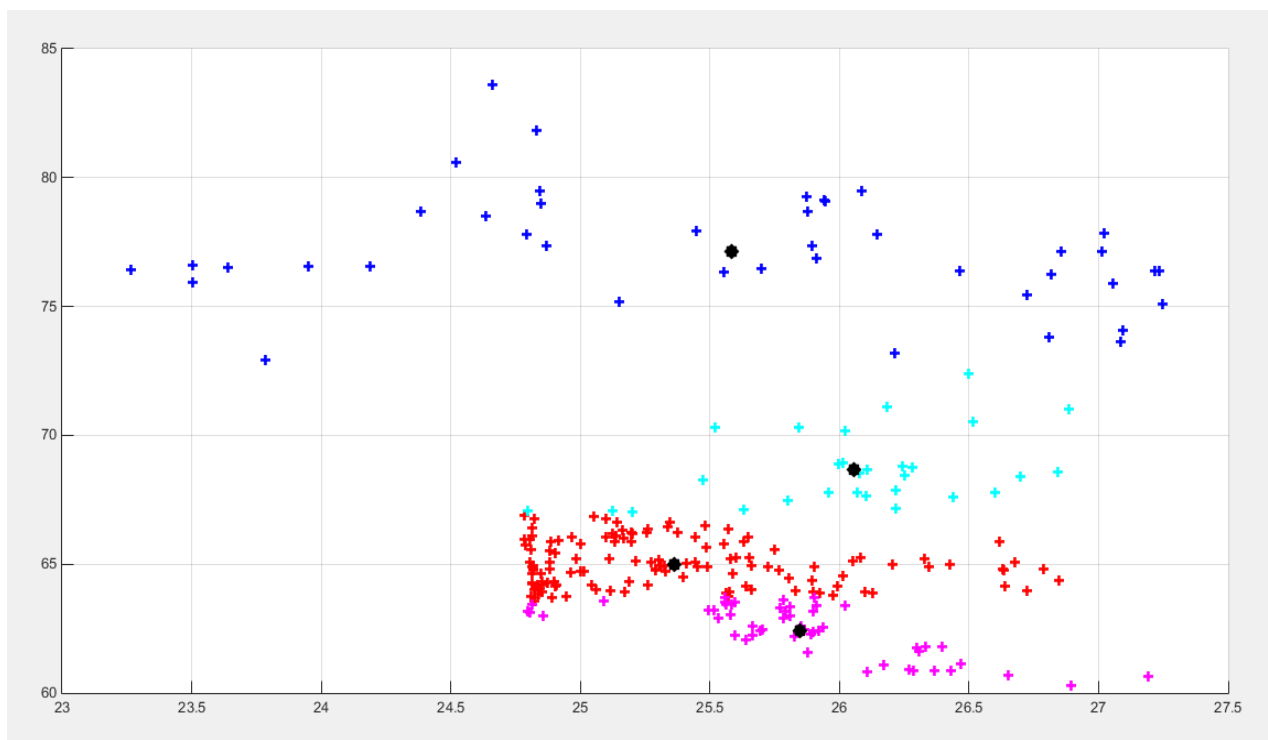


Рисунок 2.7 – Кластеризація курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016 методом K-means

На рисунку 2.8 зображено графік курсу гривні до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

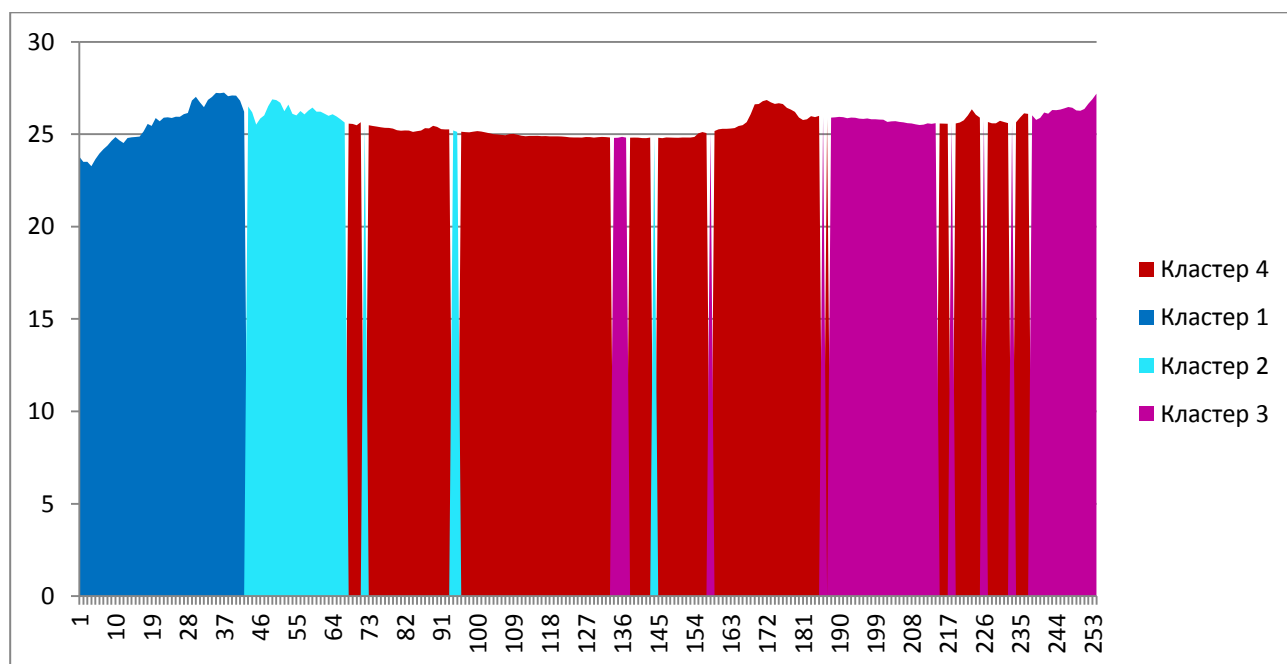


Рисунок 2.8 – Візуалізація результатів кластеризації курсу гривні до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016

На рисунку 2.9 зображено графік курсу російського рубля до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

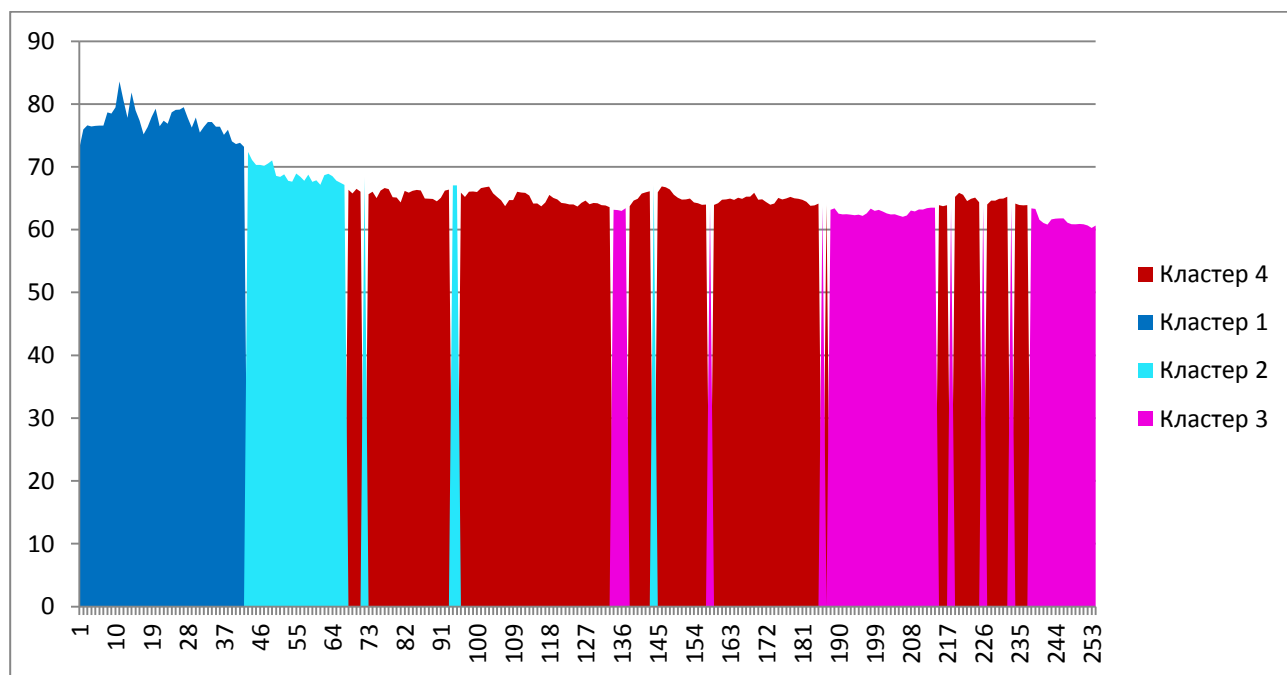


Рисунок 2.9 – Візуалізація результатів кластеризації курсу російського рубля до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016

2.4 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2017 р.

На рисунках 2.10 зображено результати кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017:

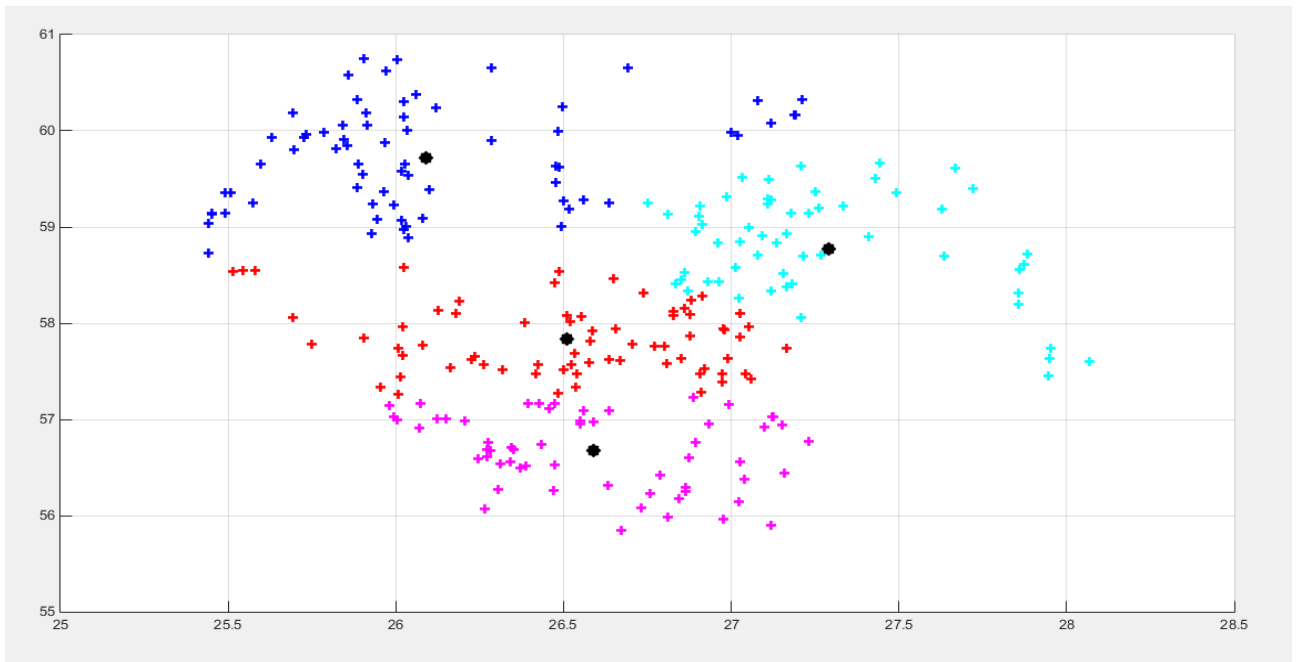


Рисунок 2.10 – Кластеризація курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017 методом K-means

На рисунку 2.11 зображено графік курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

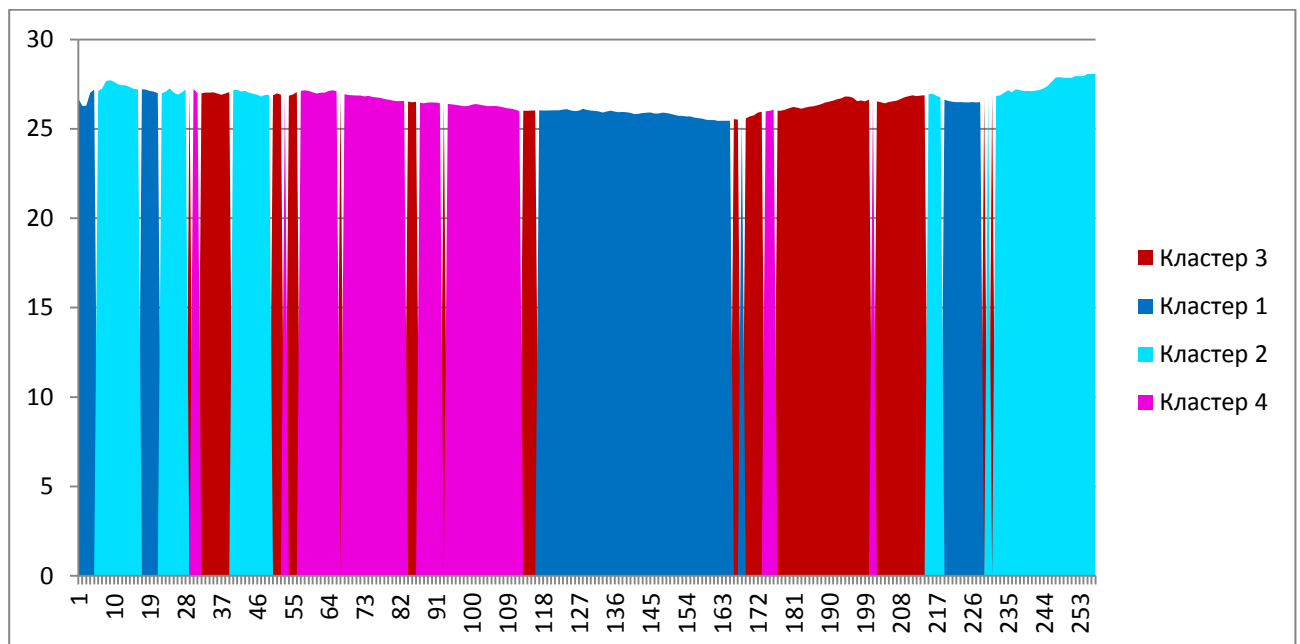


Рисунок 2.11 – Візуалізація результатів кластеризації курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

На рисунку 2.12 зображено графік курсу російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

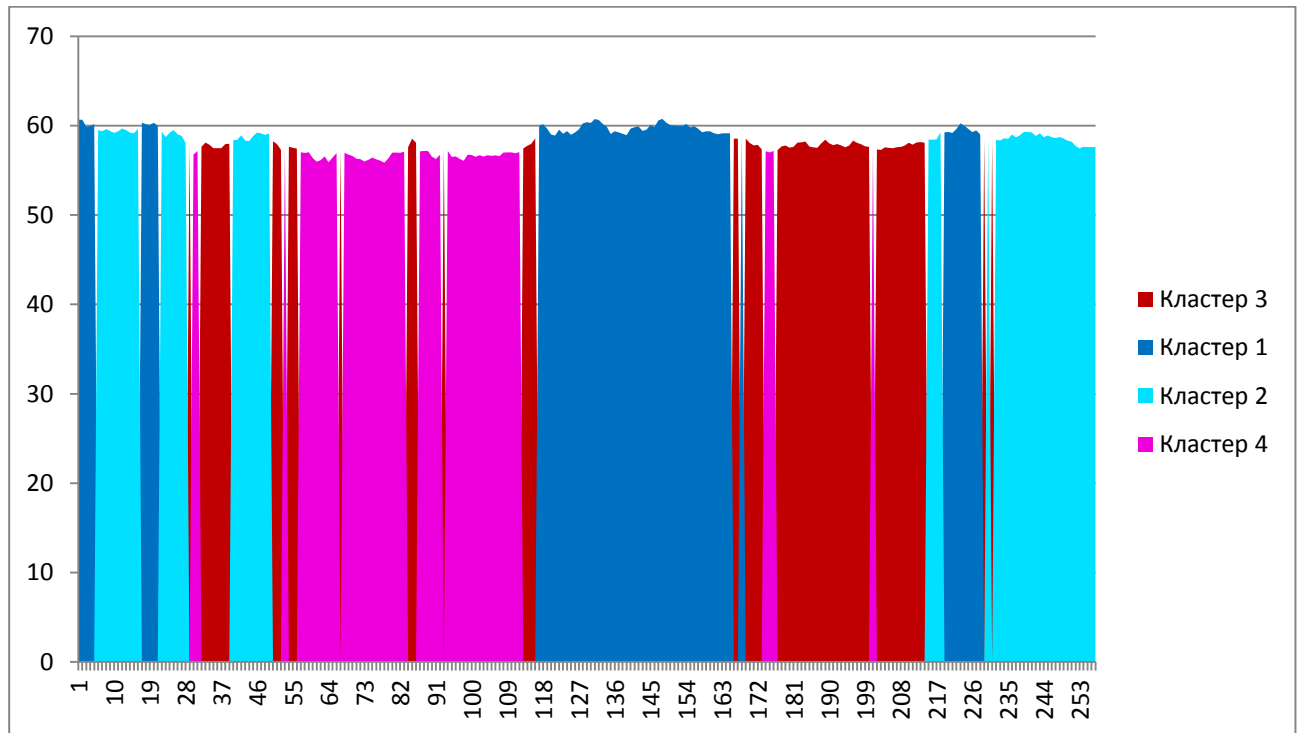


Рисунок 2.12 – Візуалізація результатів кластеризації курсу російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

2.5 Кластеризація курсів гривні та російського рубля 2018 р.

На рисунках 2.13 зображено результати кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018:

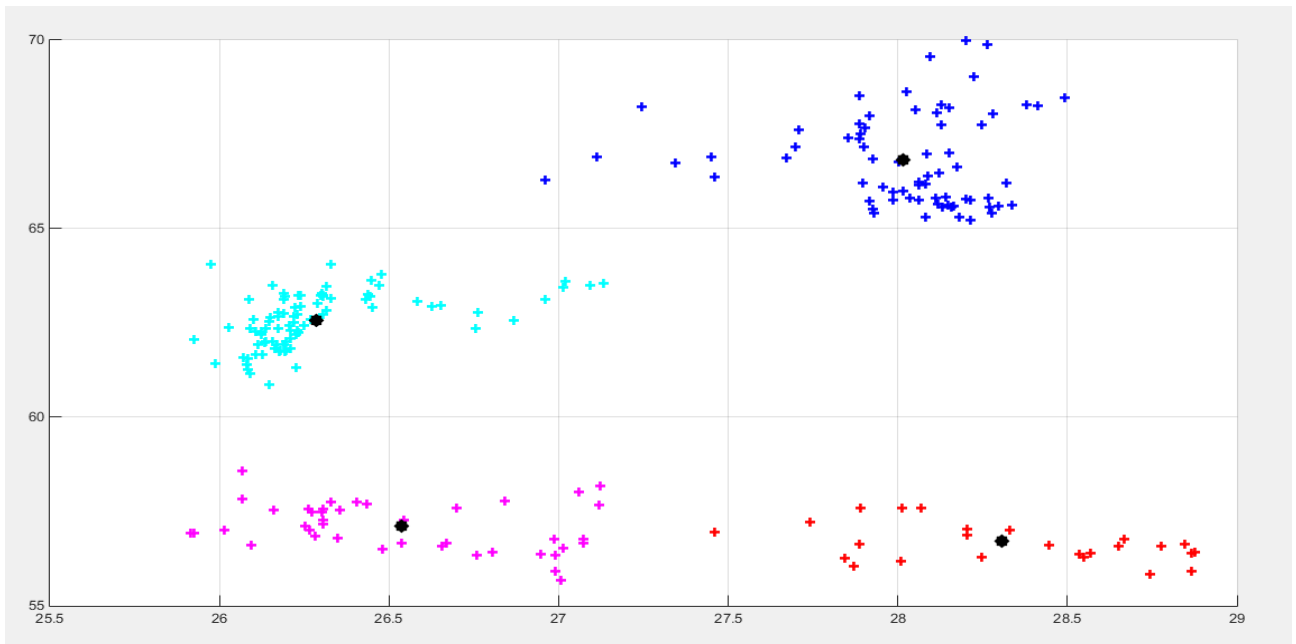


Рисунок 2.13 – Кластеризація курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018 методом K-means

На рисунку 2.14 зображено графік курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

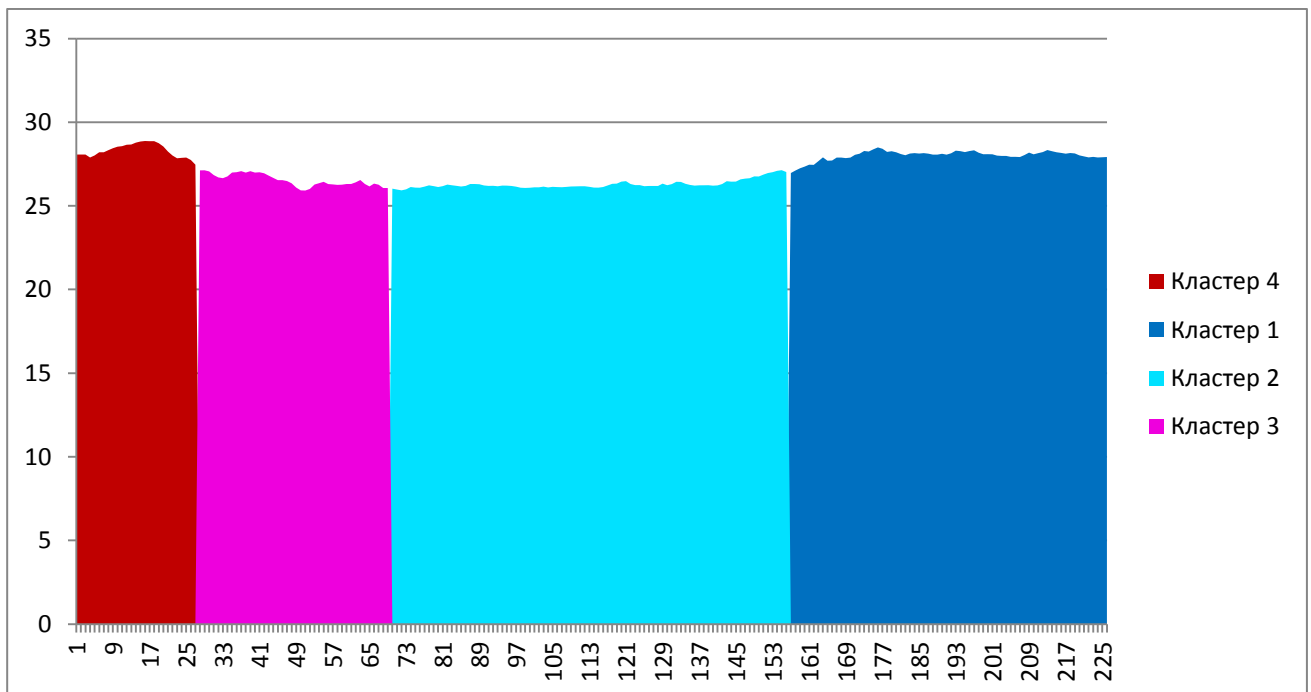


Рисунок 2.14 – Візуалізація результатів кластеризації курсу гривні до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018

На рисунку 2.15 зображено графік курсу російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018 з розбиттям його на кластери відповідно результатам кластеризації.

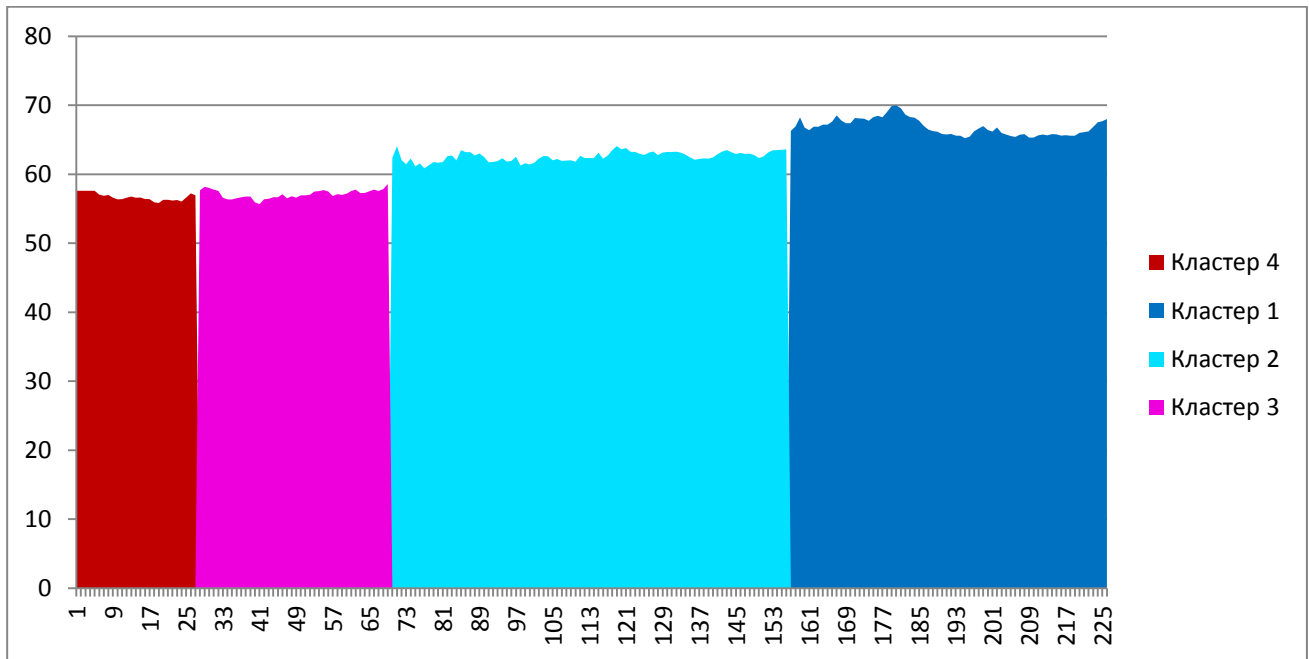


Рисунок 2.15 – Візуалізація результатів кластеризації курсу російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018

Також було помічено, що при різних запусках алгоритму кластеризації для даних курсів національних валют з 01.01.2018 по 14.11.2018 можуть бути отримані якісно різні розбиття на кластери. На рисунках 2.16 та 2.17 зображено результат одного з запусків алгоритму з розбиттям, що якісно відрізняється від рисунку 2.13.

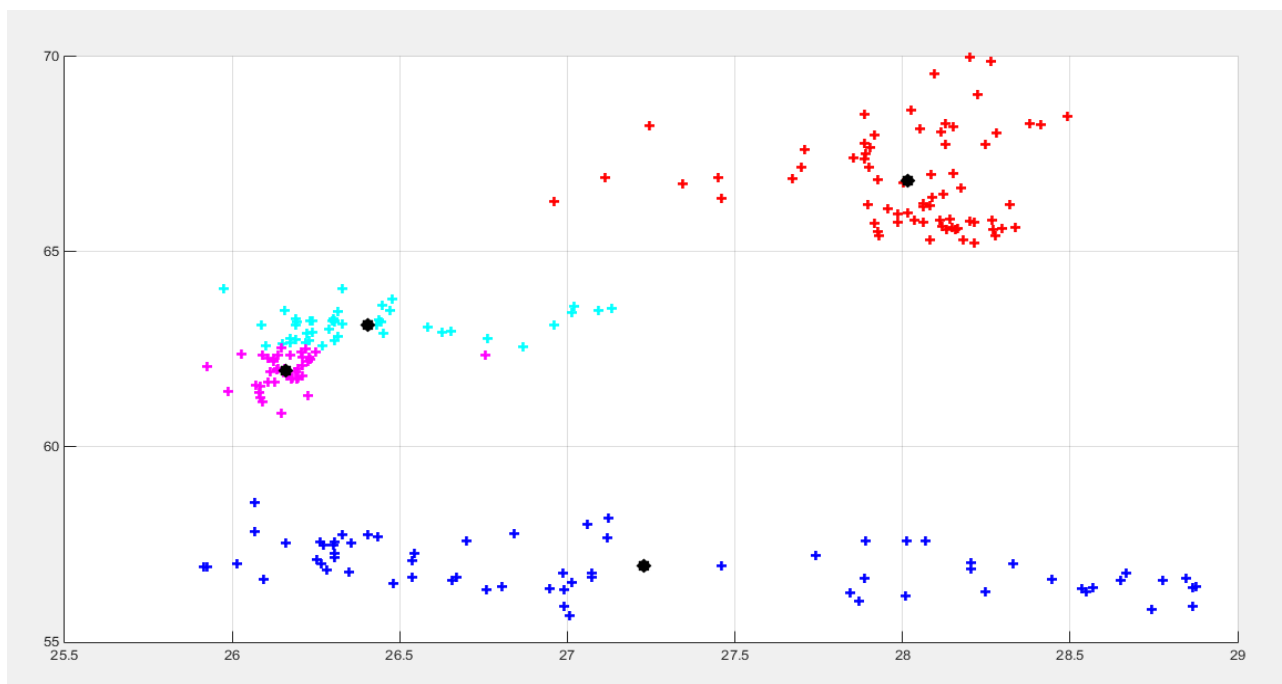


Рисунок 2.16 – Другий варіант розбиття при кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018 методом K-means

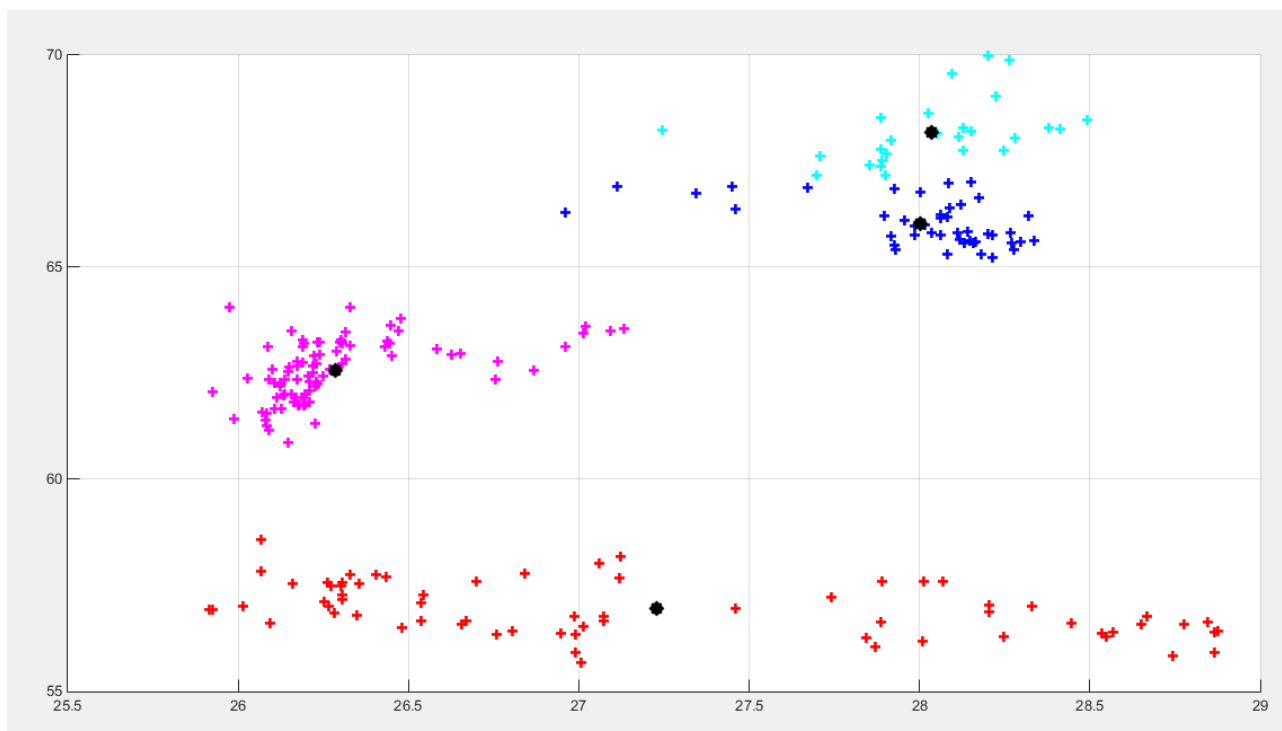


Рисунок 2.17 – Другий варіант розбиття при кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018 методом K-means

Висновки до розділу 2

В результаті кластеризації курсів гривні до долара США та російського рубля до долара США методом K-means на 4 кластери по кожному року окремо було отримано кластери, що дуже змішуються у часі. Дані результати не підтверджують результати [7], де на лінійній екстраполяції поведінки ринців при розбитті на 4 кластери було отримано чіткі проміжки «ринків, що зростають», «ринків, що спадають» та 2 змішаних – один зростає, інший – спадає, і навпаки. Також було помічено, що для деяких років при декількох запусках алгоритму можна отримати якісно різні розбиття на кластери.

З отриманих результатів можна зробити висновок, що динаміка курсів національних валют гривні та російського рубля є нелінійною стохастичною системою, що потребує залучення методів нелінійного аналізу, тому що вони є чутливими до зміни початкових даних.

3 ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗ ДИНАМІКИ КУРСІВ НАЦІОНАЛЬНИХ ВАЛЮТ

3.1 Алгоритм вейвлет-аналіз динаміки курсів національних валют

Вхідні дані: рівномірний часовий ряд

$$x_k = x(t_k), \quad t_k = \Delta t k, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1$$

де Δt – крок вибірки, N – кількість точок ряду.

Алгоритм спектрального аналізу складається з наступних кроків [2]:

1. Графічне представлення вхідного ряду в часовій області

Зазвичай візуальне вивчення графіка вхідного ряду дозволяє виявити або присутність в даних постійного доданка, або низькочастотний компонент (тренд). Хоча вейвлети мають нульовими моментами i , отже, ігнорують постійний доданок, проте по відношенню до тренду вони такою властивістю володіють не завжди. Для вивчення високочастотних компонентів ряду обидві ці складові корисно виключити з даних.

2. Виключення тренда і центрування ряду

Для виключення тренда необхідно задати його модель. Якщо природа тренда має теоретичне пояснення, то моделювання тренда проводиться на основі цієї теорії. Найчастіше ми не знаємо природу тренда. У таких випадках в якості формальної моделі використовують апроксимацію тренда за допомогою лінійної комбінації якихось поліномів. При цьому до складу такого виразу входить і вільний член. Параметри взятої моделі тренда визначаються за допомогою методу найменших квадратів, а потім значення тренда віднімаються з вихідних даних. У найпростішому випадку така операція зводиться до виключення постійного доданка (центрування ряду). При цьому середнє значення ряду визначається за формулою

$$m = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k,$$

а центрований ряд отримується з вхідного наступним чином:

$$x_k^{\circ} = x_k - m, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1.$$

3. Графічне представлення центрованого ряду

4. Оцінювання дисперсії ряду

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (x_k^{\circ})^2.$$

5. Обчислення вейвлет-перетворення

Дискретні значення амплітудної вейвлет-функції обчислюються за наступними формулами:

$$W_A(a_i, b_j) = \frac{1}{n(a_i, b_j)} \sum_{k=0}^{N-1} x_k^{\circ} \psi^* \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right),$$

$$n(a_i, b_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left(-\frac{1}{B} \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right)^2 \right) \quad (2.1)$$

У цих формулах $\psi(t)$ - прийнятий аналізує вейвлет. Подальше виконання алгоритму засноване на використанні вейвлета Морле з параметром a^2 :

$$\psi(t) = e^{-t^2/a^2} e^{i2\pi t},$$

при цьому у формулі (2.1) слід покласти $B = a^2$, $a^2 = 2$ і $k_0 = 2\pi$.

6. Обчислення скалограми

Обчислення значень скалограми для всіх прийнятих вузлів сітки здійснюється за формулою

7. Візуалізація скалограми

Графічне представлення скалограми, отриманої в п.6

Дані для аналізу курсу гривні до долару США отримані з офіційного сайту НБУ. Дані для аналізу курсу російського рубля до долару США отримані з офіційного сайту Центробанку РФ.

3.2 Аналіз динаміки курсів національних валют 2014 р.

На рисунку 3.1 зображено графік курсу гривні до долара за період з 06.02.2014 по 31.12.2014

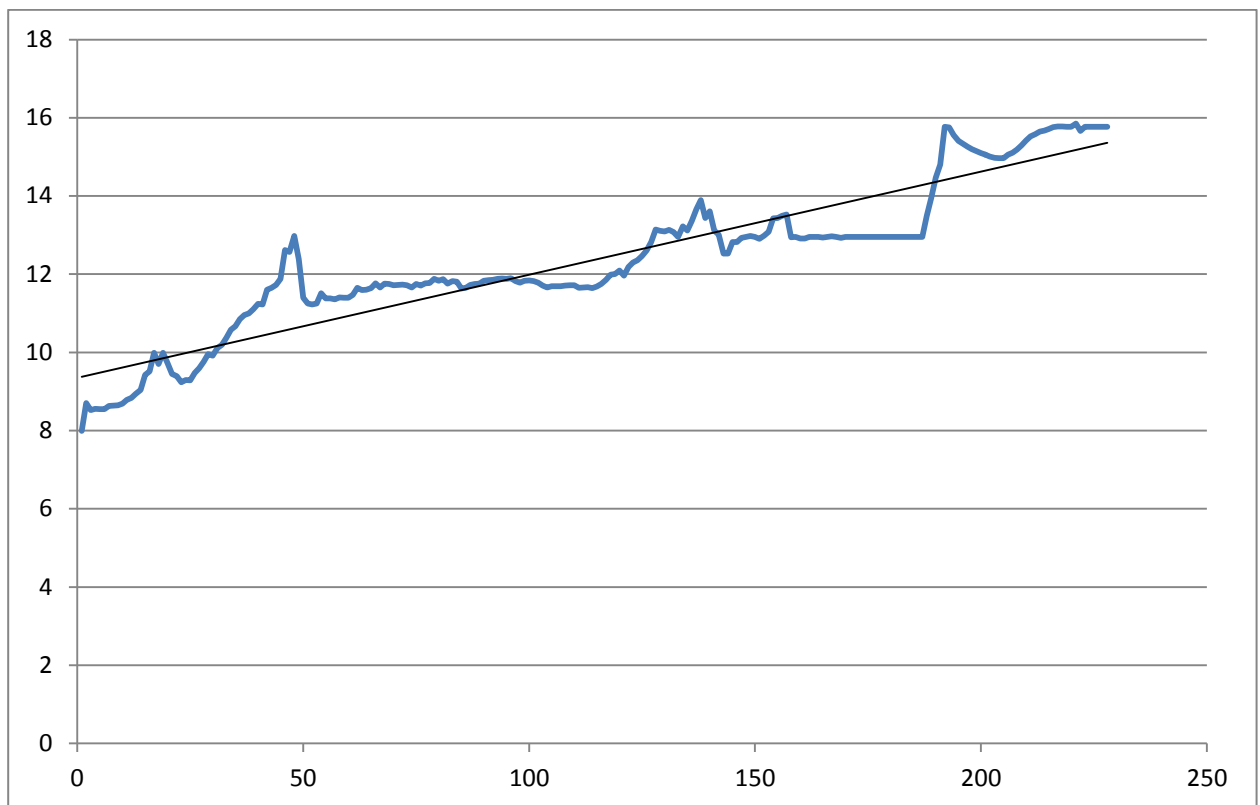


Рисунок 3.1 – Графік курсу гривні до долара з 06.02.2014 по 31.12.2014

На рисунку 3.2 зображено графік курсу російського рубля до долара за період з 06.02.2014 по 31.12.2014

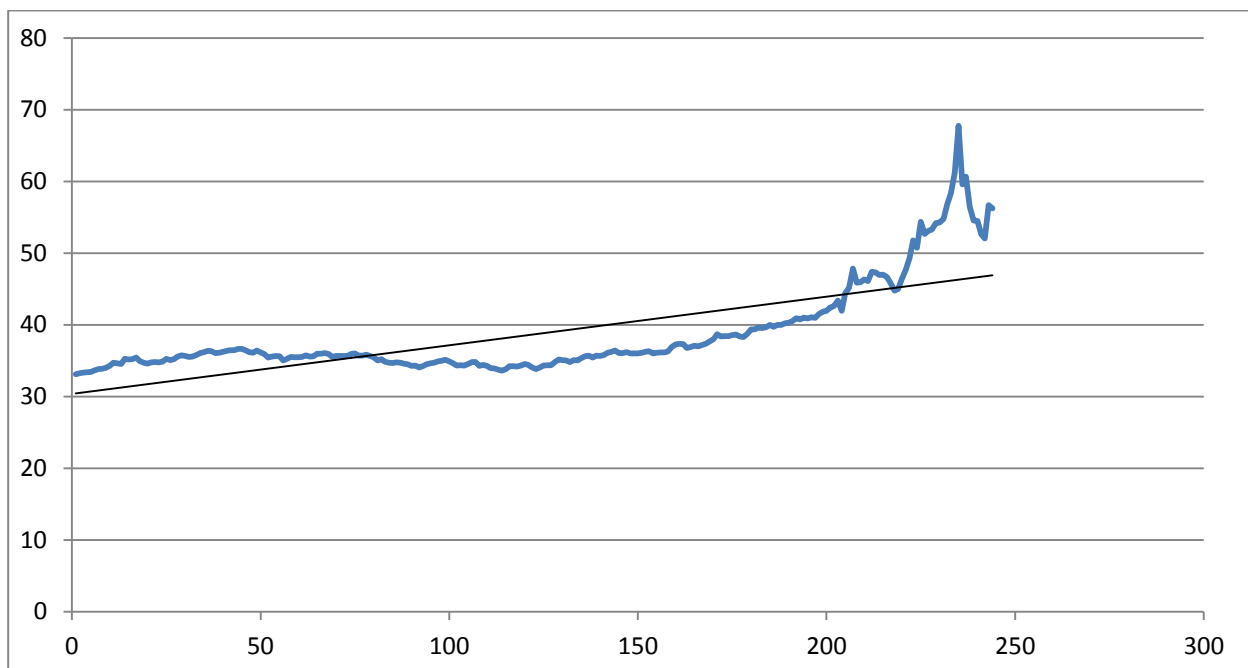


Рисунок 3.2 – Графік курсу російського рубля до долара з 06.02.2014 по 31.12.2014

З графіків видно, що отримані ряди мають тренд, якого необхідно позбавитись для того, щоб застосувати вейвлет-перетворення.

На рисунку 3.3 і 3.4 зображено вже центровані ряди, які будуть в подальшому аналізуватись.

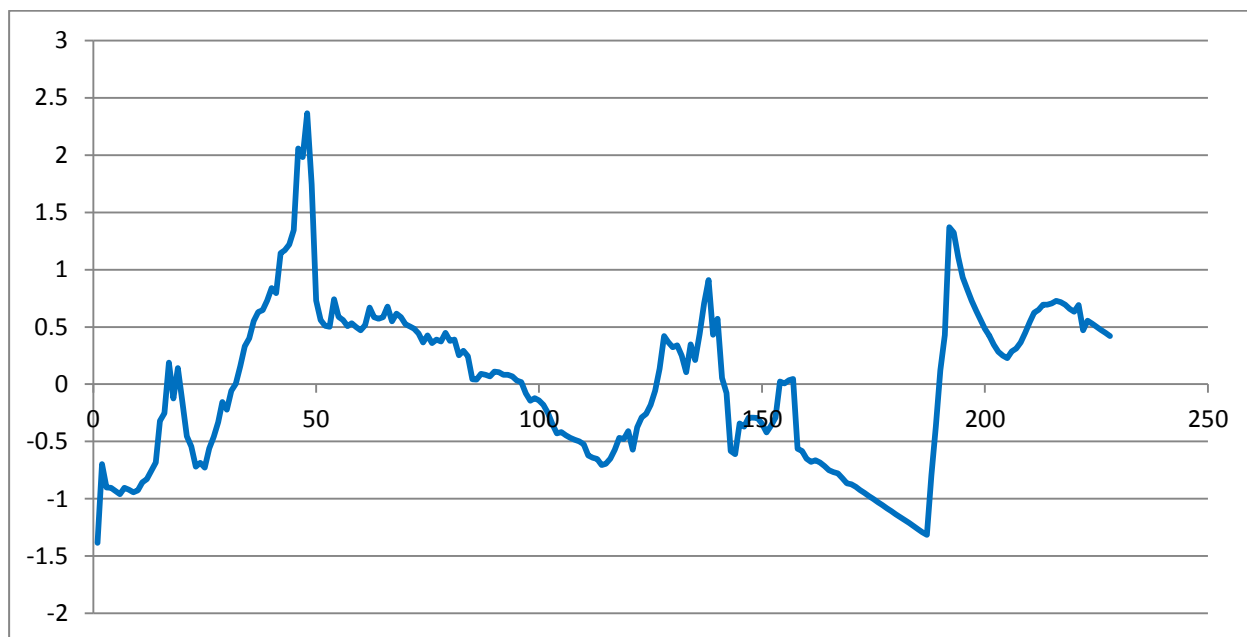


Рисунок 3.3 – Центрований графік курсу гривні до долару США з 06.02.2014 по 31.12.2014

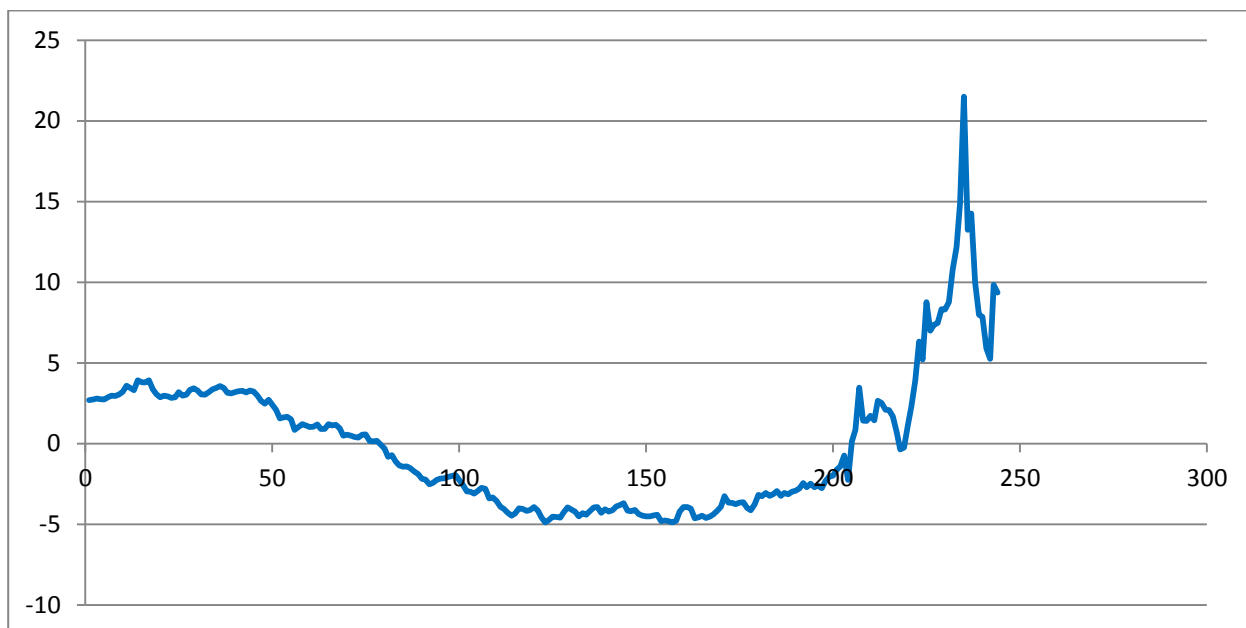


Рисунок 3.4 – Центрований графік курсу російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014

Застосувавши вейвлет-перетворення до центрованих рядів, було отримано скалограми цих рядів, які зображено на рисунках 3.5 та 3.6, в якості материнського вейвлета використовувався вейвлет Морле.

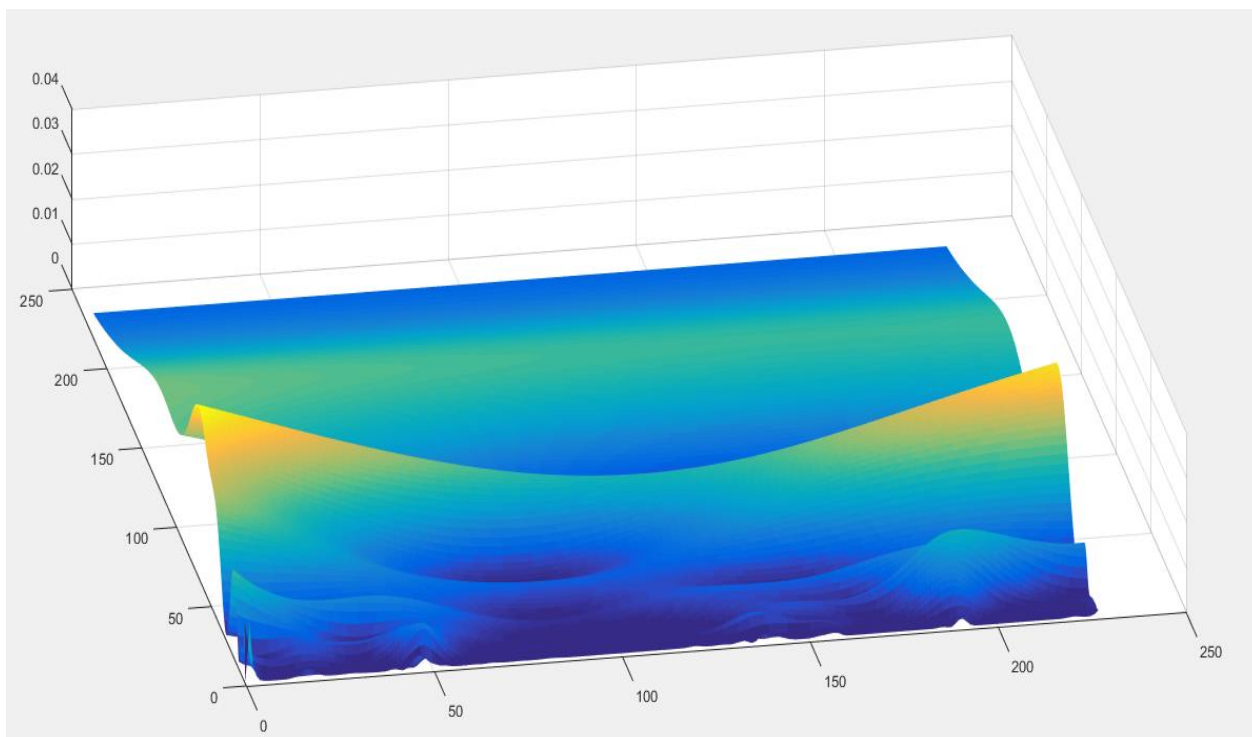


Рисунок 3.5 – Скалограма курсу гравні до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014

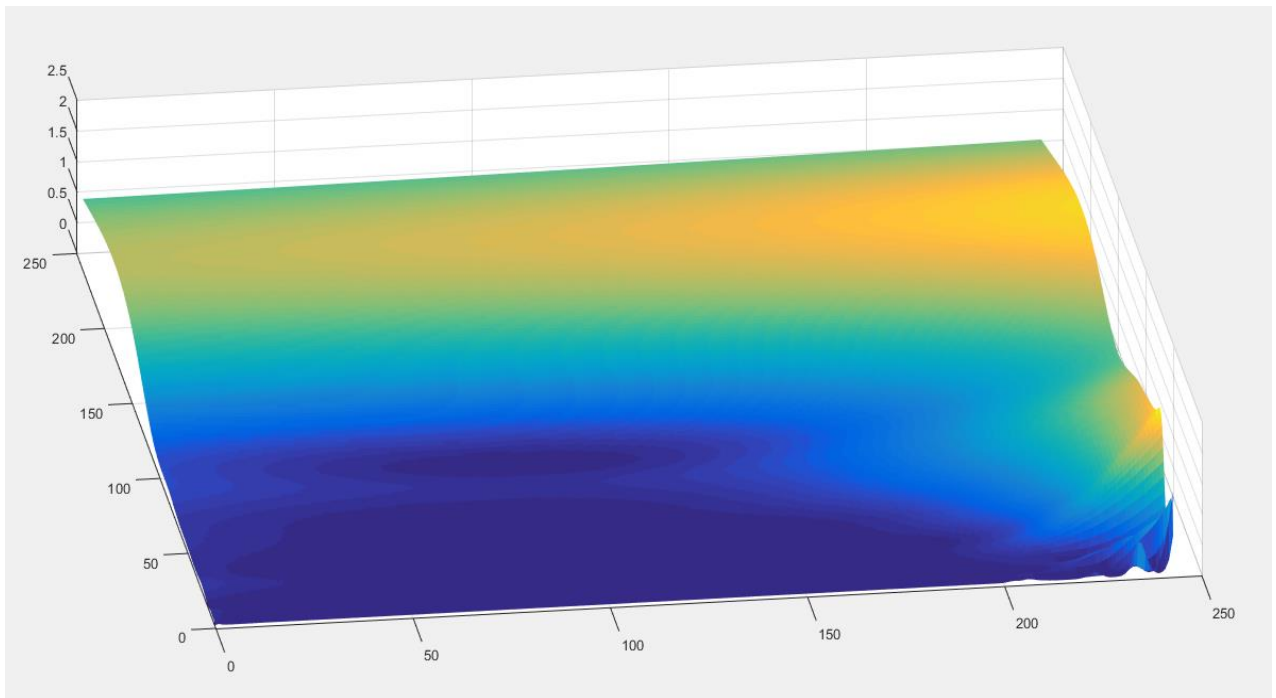


Рисунок 3.6 – Скалограма курсу російського рубля до долара США з 06.02.2014 по 31.12.2014

Як видно з отриманих скалограм, більшу частину 2014 року російський рубль має стійкі коливання великого періоду. Але в кінці року починає дестабілізуватись, про що свідчить поява коливань малих періодів.

Гривня не стабільна впродовж всього року (багато коливань різних періодів), оскільки в 2014 відбулося відкріплення курсу, і потрібний час, щоб гривня стабілізувалась.

3.3 Аналіз динаміки курсів національних валют 2015 р.

На рисунку 3.7 зображено графік курсу гривні до долара за період з 12.01.2015 по 31.12.2015

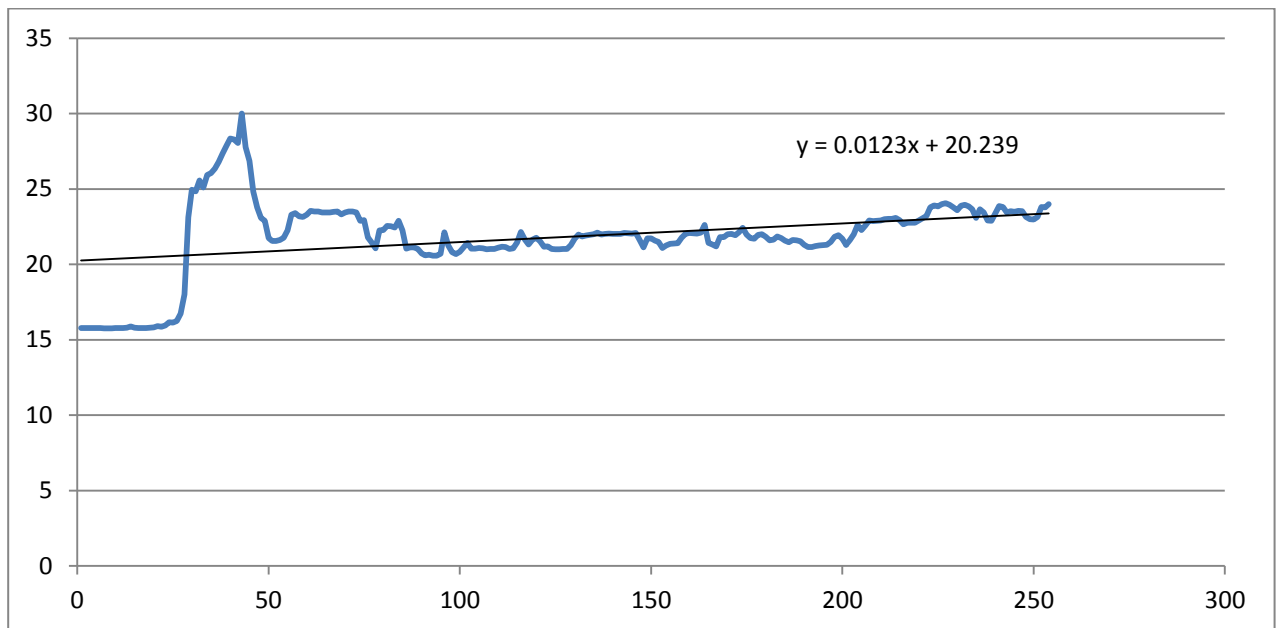


Рисунок 3.7 – Графік курсу гривні до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

На рисунку 3.8 зображено графік курсу російського рубля до долара за період з 12.01.2015 по 31.12.2015

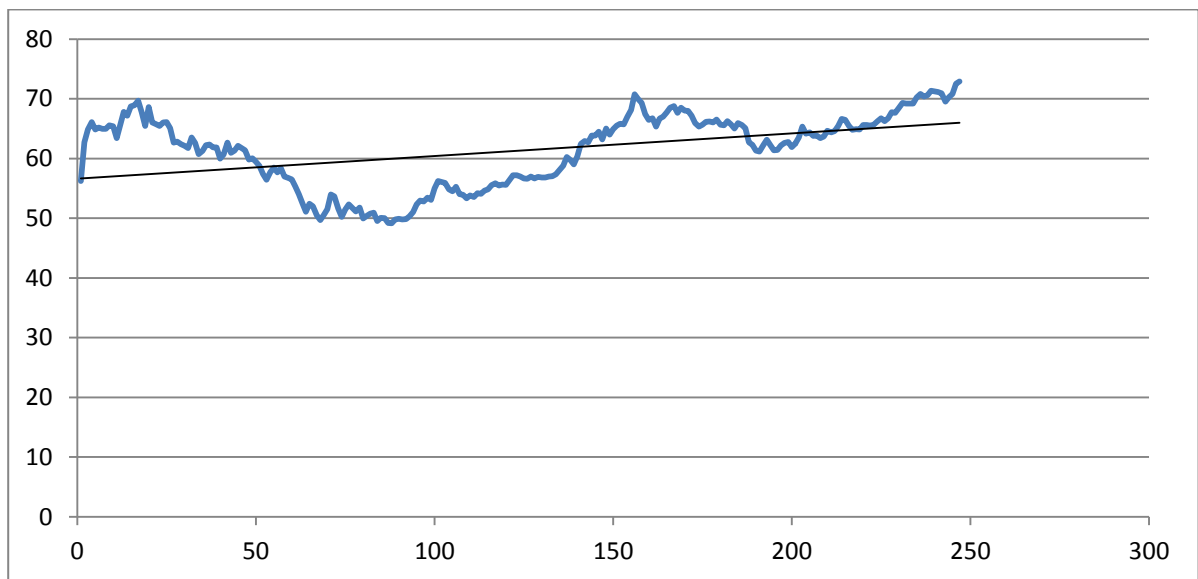


Рисунок 3.8 – Графік курсу російського рубля до долара з 12.01.2015 по 31.12.2015

З графіків видно, що отримані ряди мають тренд, якого необхідно позбавитись для того, щоб застосувати вейвлет-перетворення.

На рисунку 3.9 і 3.10 зображено вже центровані ряди, які будуть в подальшому аналізуватись.

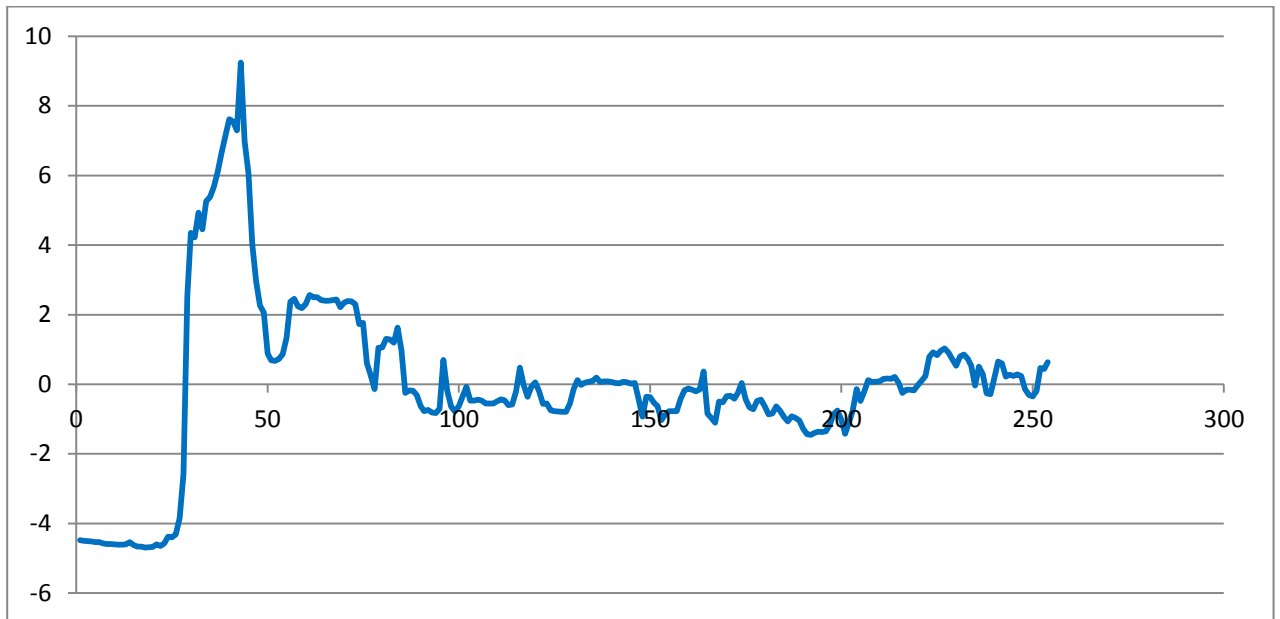


Рисунок 3.9 – Центрований графік курсу гривні до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

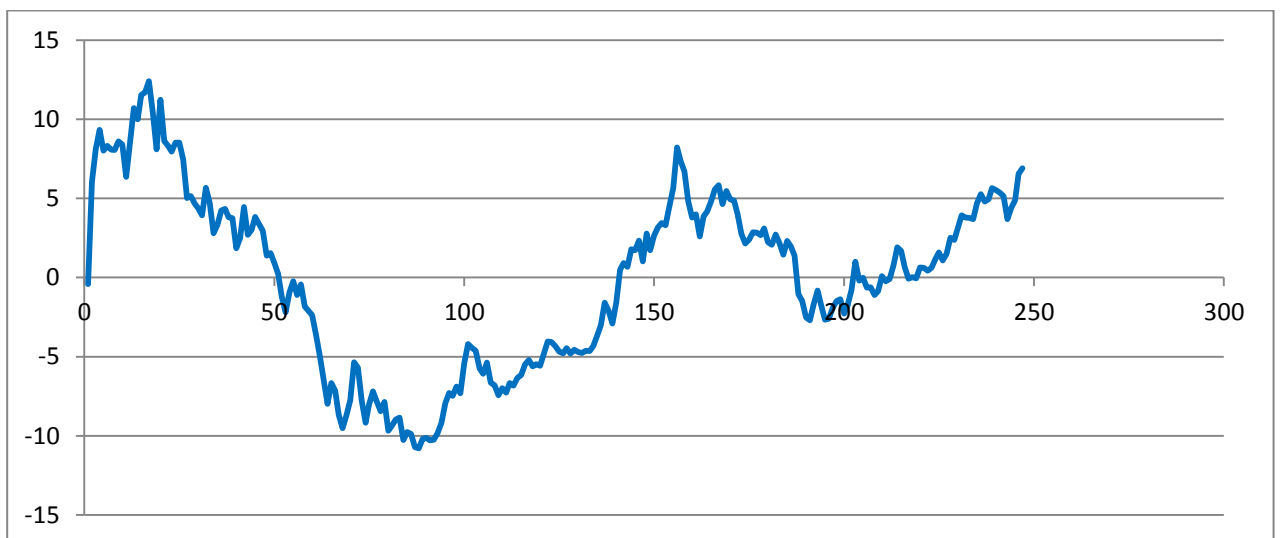


Рисунок 3.10 – Центрований графік курсу російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

Застосувавши вейвлет-перетворення до центрованих рядів, було отримано скалограми цих рядів, які зображено на рисунках 3.11 та 3.12, в якості материнського вейвлета використовувався вейвлет Морле.

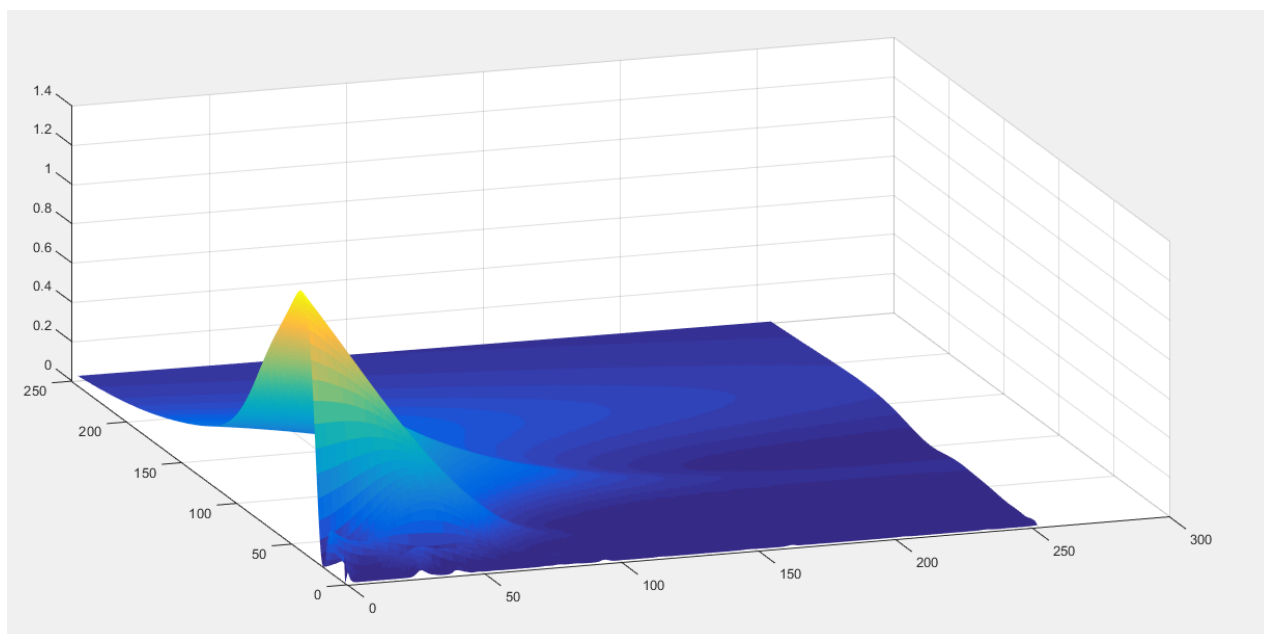


Рисунок 3.11 Скалограма курсу гривні до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

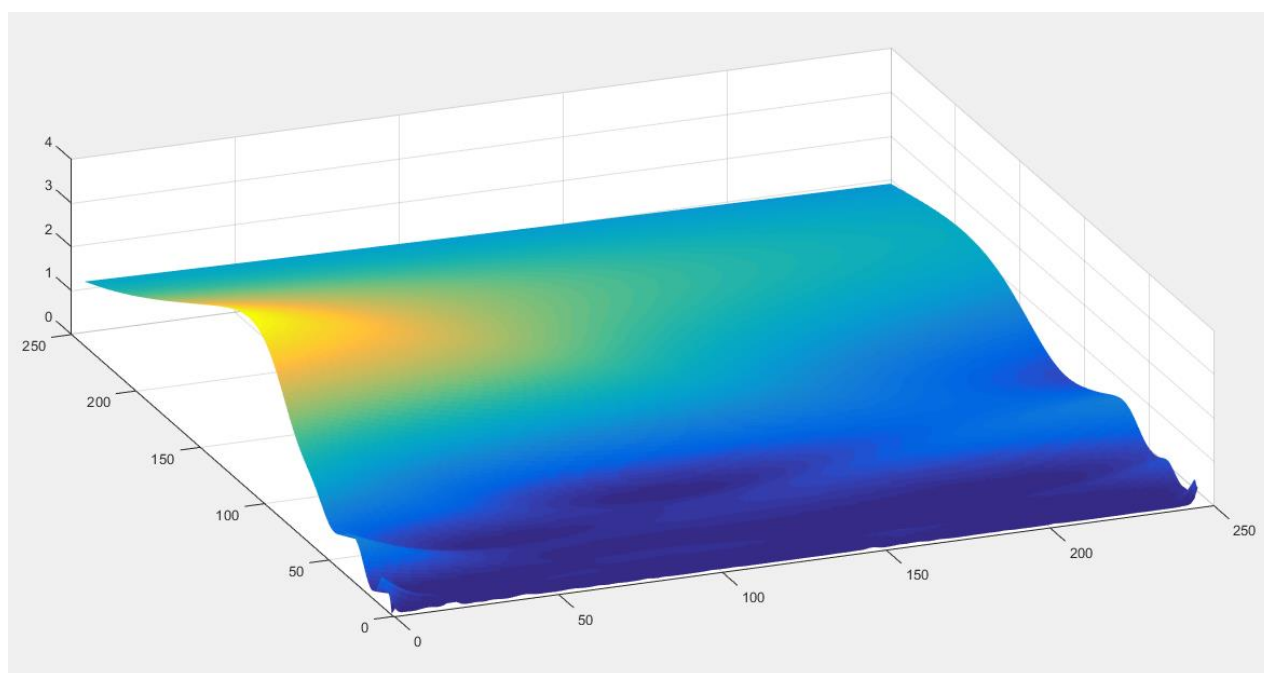


Рисунок 3.12 – Скалограма курсу російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

Як видно з отриманих скалограм, російський рубль менш стабільний, ніж у 2014 році, оскільки довгострокові коливання змінюють своє значення з часом, але все ж залишаються довгостроковими.

Гривня змогла стабілізуватись лише в середині 2015 року. В такій пізній стабілізації винні в першу чергу зовнішні фактори, такі як агресія Російської Федерації на Донбасі).

3.4 Аналіз динаміки курсів національних валют 2016 р.

На рисунку 3.13 зображено графік курсу гривні до долара за період з 06.01.2016 по 30.12.2016

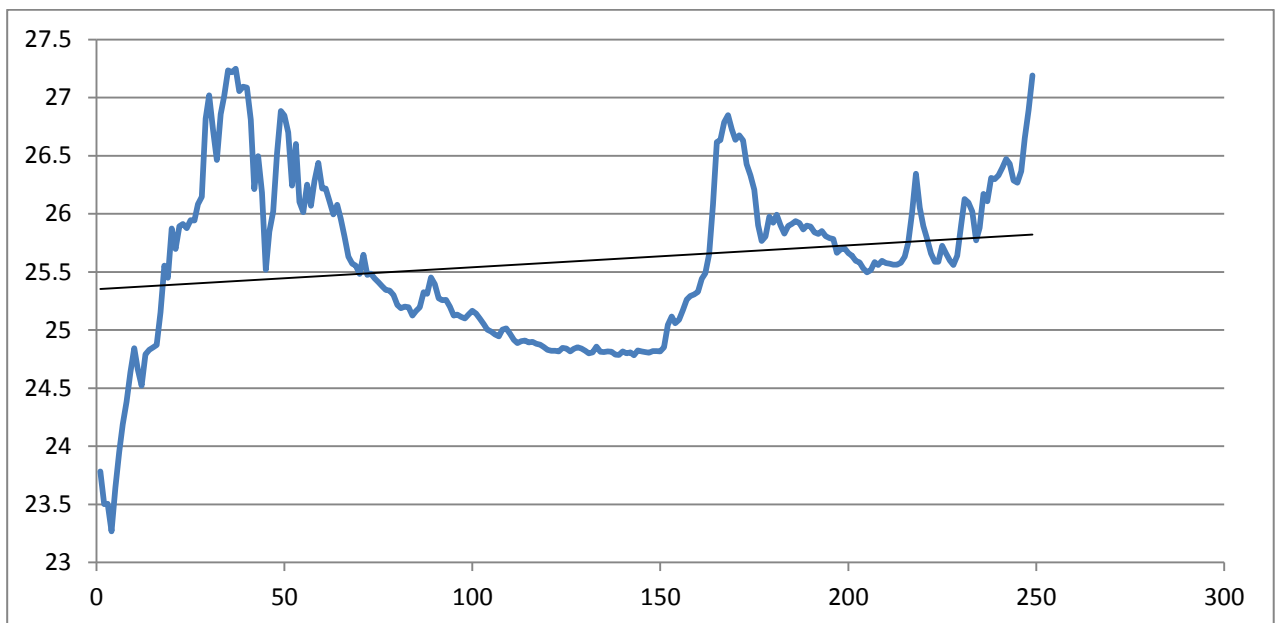


Рисунок 3.13 – Графік курсу гривні до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016

На рисунку 3.14 зображено графік курсу російського рубля до долара за період з 06.01.2016 по 30.12.2016

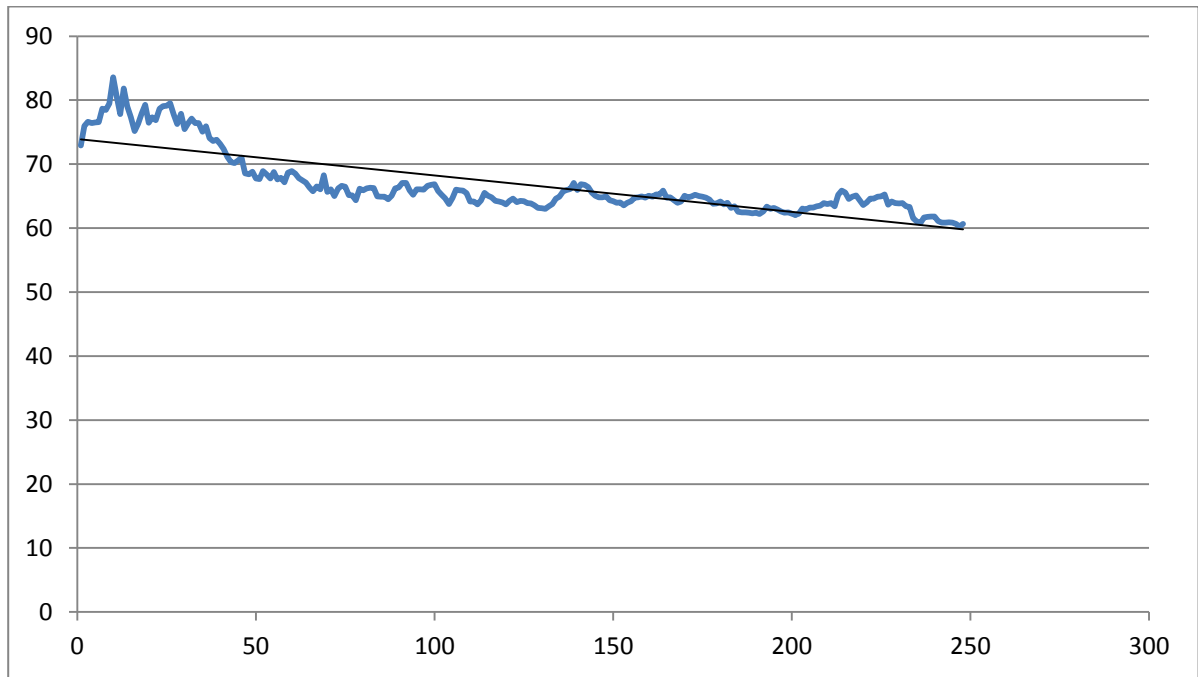


Рисунок 3.14 – Графік курсу російського рубля до долара з 06.01.2016 по 30.12.2016

З графіків видно, що отримані ряди мають тренд, якого необхідно позбавитись для того, щоб застосувати вейвлет-перетворення.

На рисунках 3.15 і 3.16 зображено вже центровані ряди, які будуть в подальшому аналізуватись.

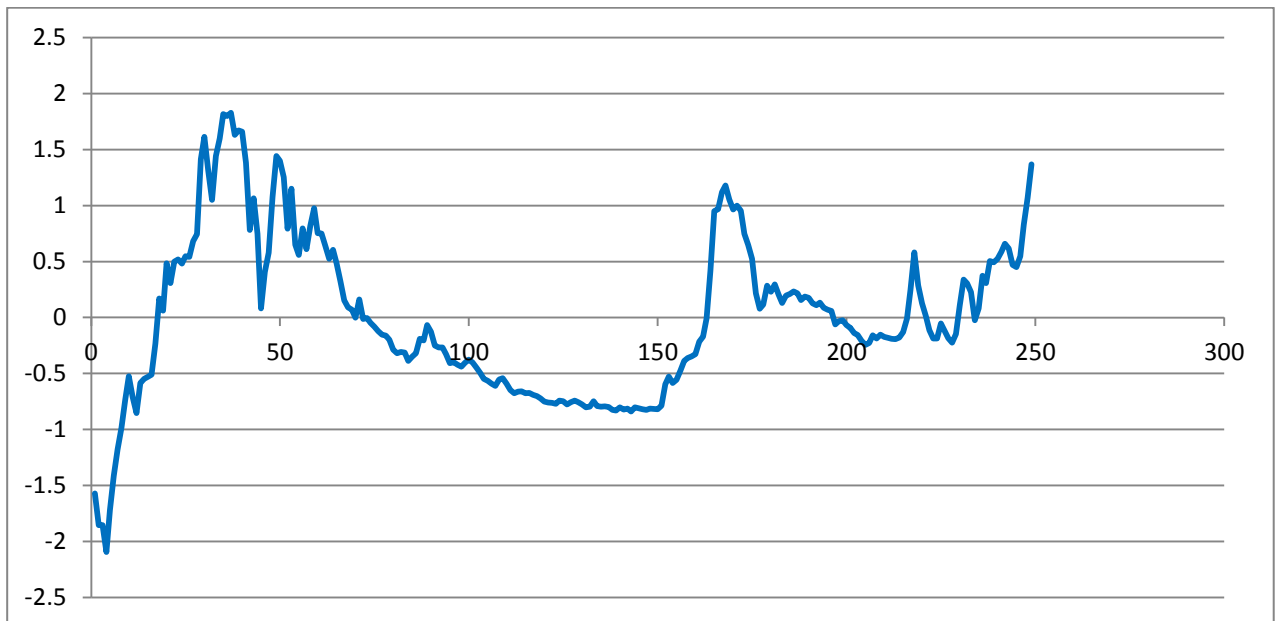


Рисунок 3.15 – Центрований графік курсу гривні до долару США з 06.01.2016 по 30.12.2016

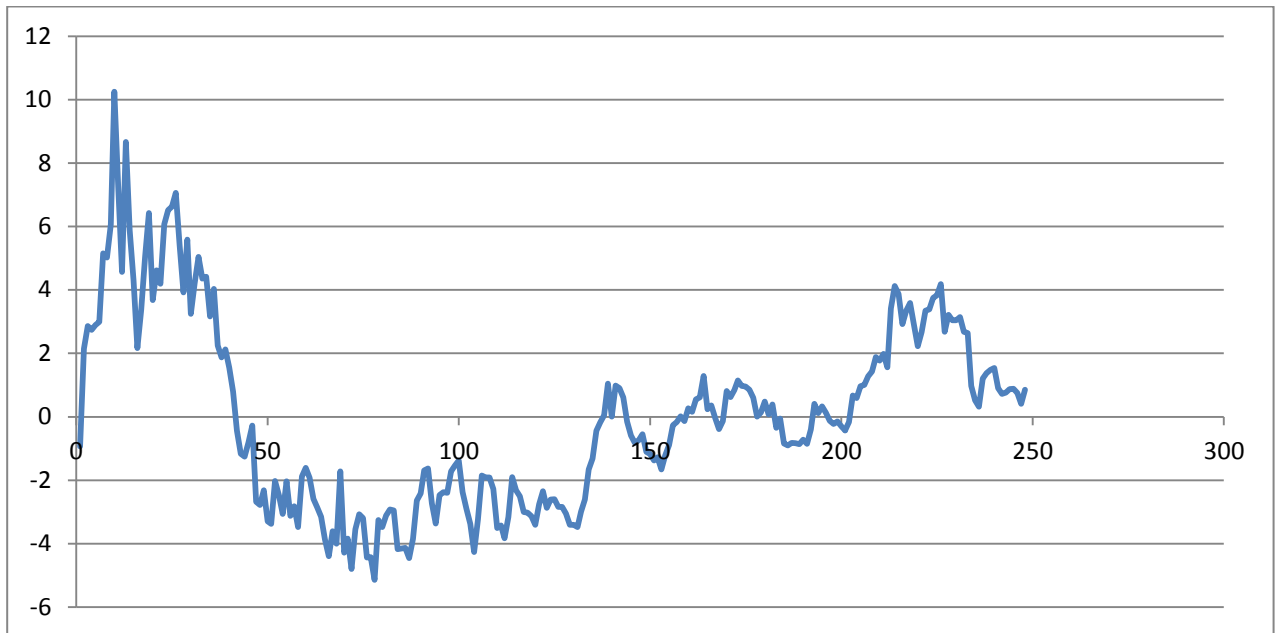


Рисунок 3.16 – Центрований графік курсу російського рубля до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016

Застосувавши вейвлет-перетворення до центрованих рядів, було отримано скалограми цих рядів, які зображено на рисунках 3.17 та 3.18, в якості материнського вейвлета використовувався вейвлет Морле.

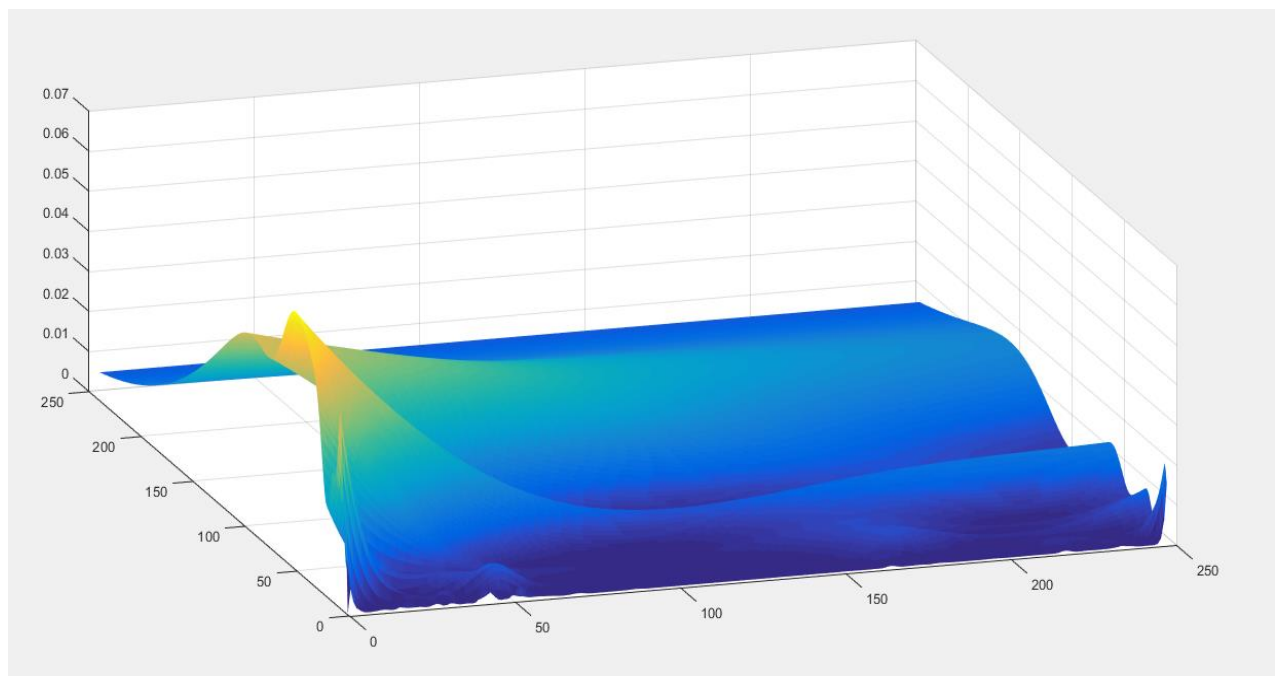


Рисунок 3.17 – Скалограма курсу гравні до долара США з 06.01.2016 по 30.12.2016

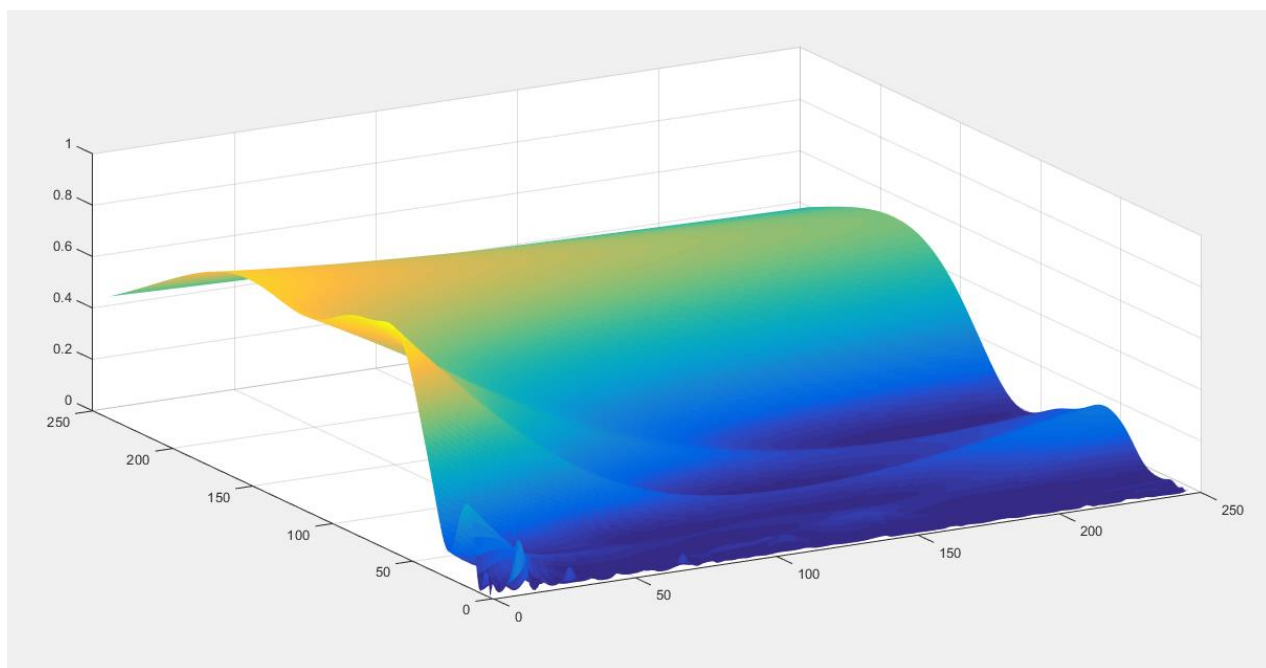


Рисунок 3.18 – Скалограма курсу російського рубля до долара США з 12.01.2015 по 31.12.2015

Як видно з отриманих скалограм, протягом 2016 року російський рубль продовжує дестабілізуватись, оскільки коливання коротких періодів з'являються вже вздовж всього досліджуваного проміжку.

Гривня стала значно стабільнішою, відносно 2014 та 2015 років, оскільки короткострокові коливання стають менш інтенсивними, а коливання великих періодів починають переважати.

3.5 Аналіз динаміки курсів національних валют 2017 р.

На рисунку 3.19 зображено графік курсу гривні до долара за період з 05.01.2017 по 31.12.2017.

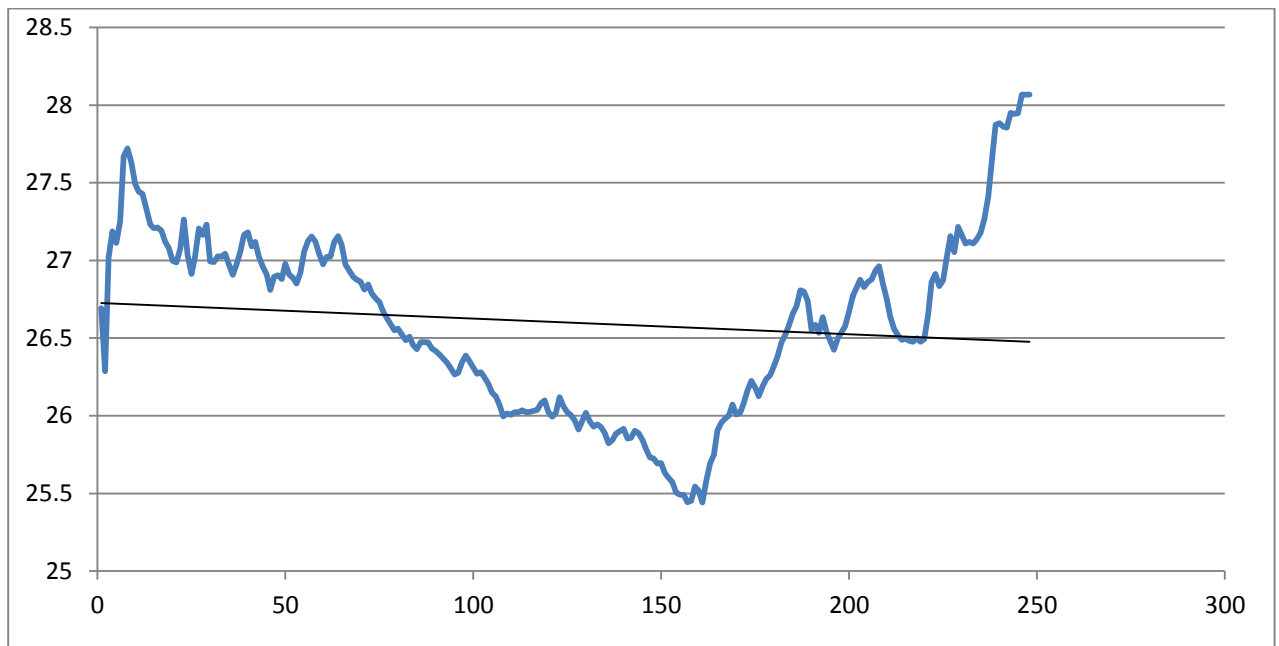


Рисунок 3.19 – Графік курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

На рисунку 3.20 зображено графік курсу російського рубля до долара за період з 05.01.2017 по 31.12.2017

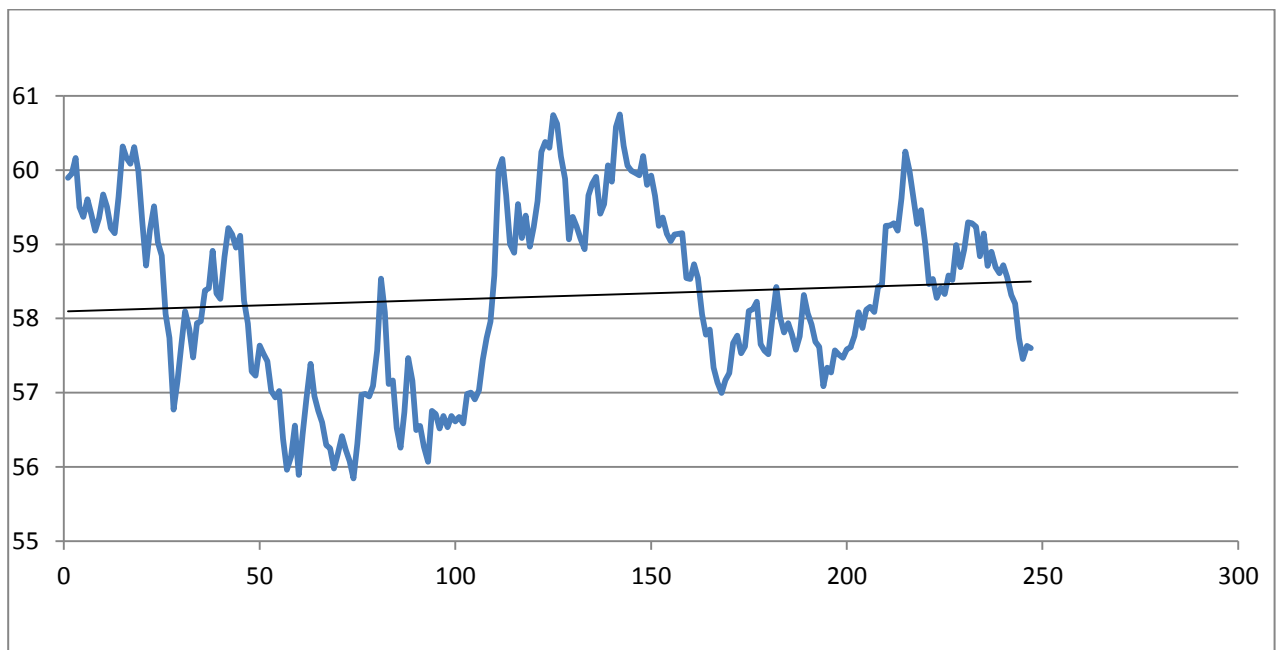


Рисунок 3.20 – Графік курсу російського рубля до долара з 05.01.2017 по 31.12.2017

З графіків видно, що отримані ряди мають тренд, якого необхідно позбавитись для того, щоб застосувати вейвлет-перетворення.

На рисунках 3.21 і 3.22 зображено вже центровані ряди, які будуть в подальшому аналізуватись.

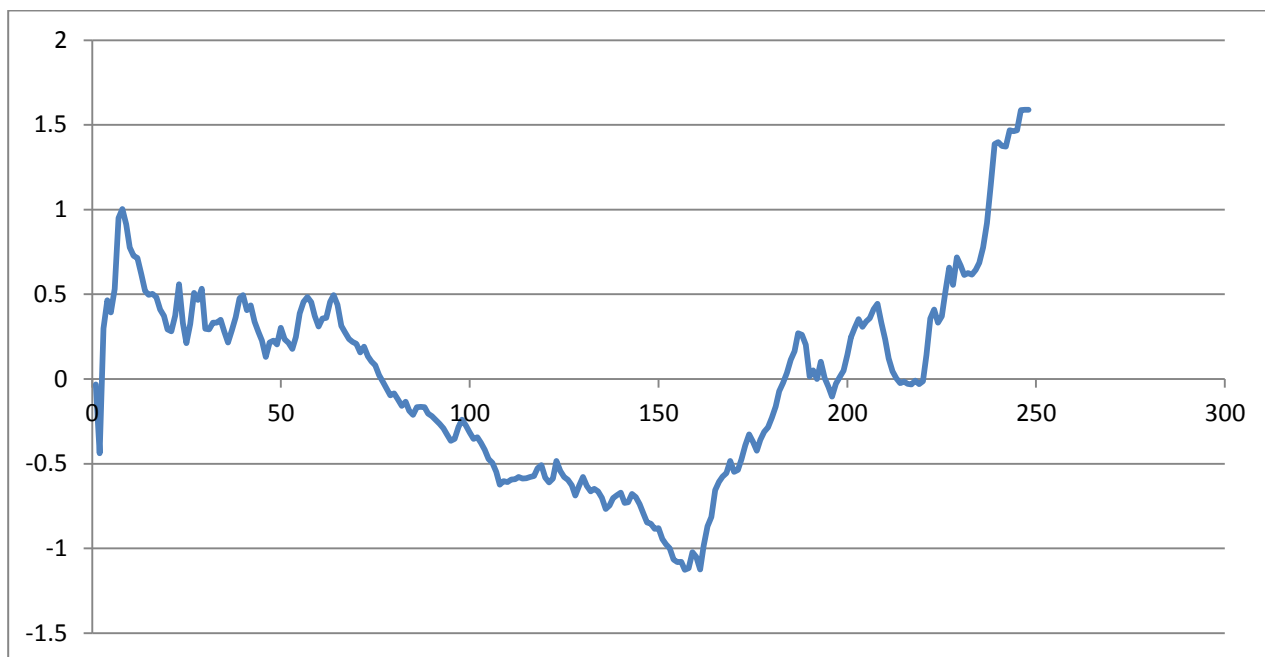


Рисунок 3.21 – Центрований графік курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

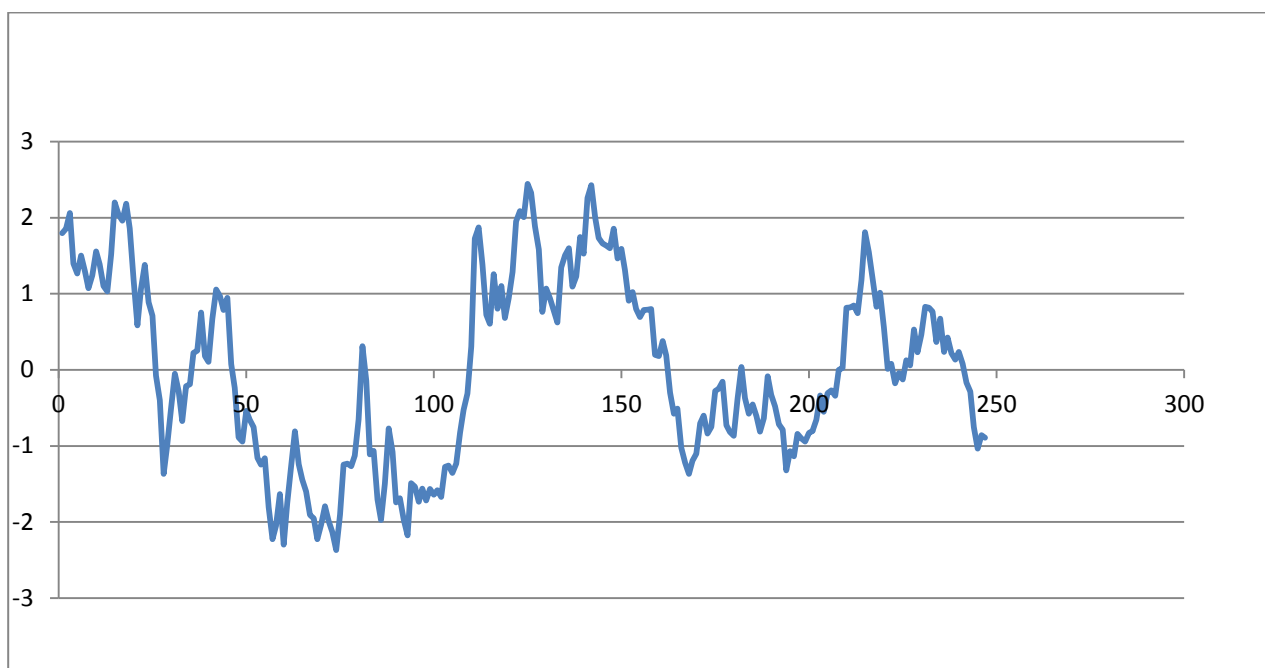


Рисунок 3.22 – Центрований графік курсу російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

Застосувавши вейвлет-перетворення до центрованих рядів, було отримано скалограми цих рядів, які зображено на рисунках 3.23 та 3.24, в якості материнського вейвлета використовувався вейвлет Морле.

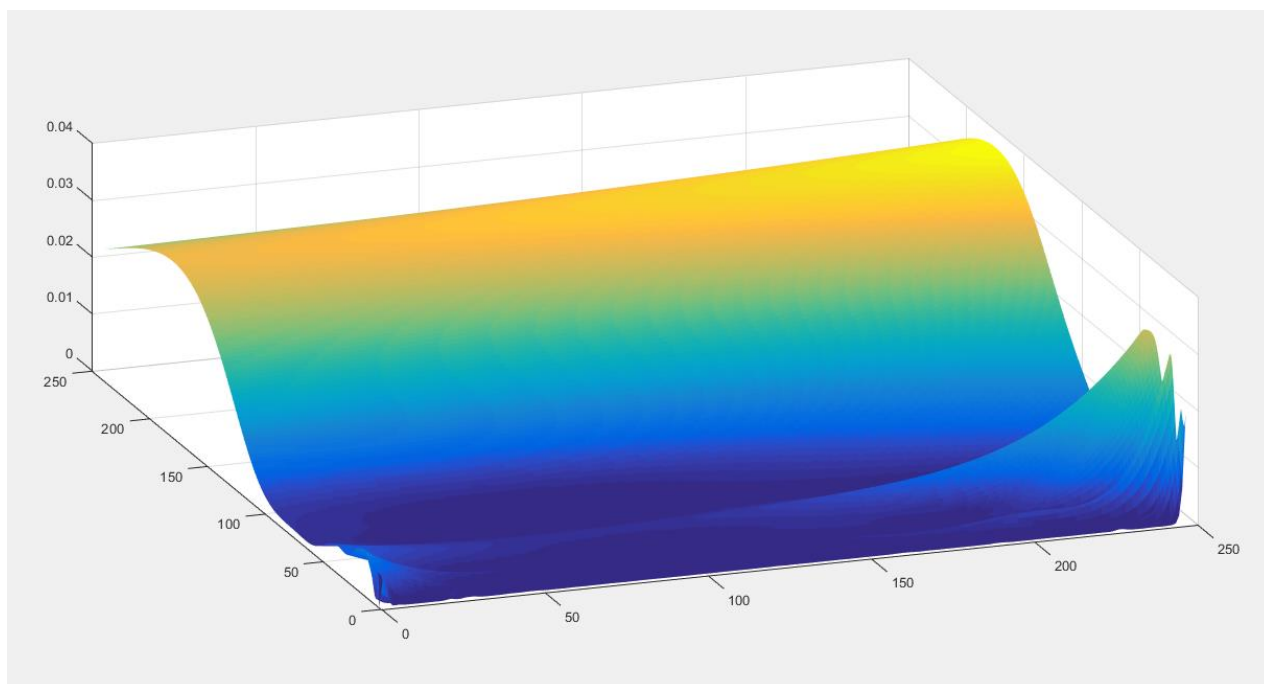


Рисунок 3.23 – Скалограма курсу гривні до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

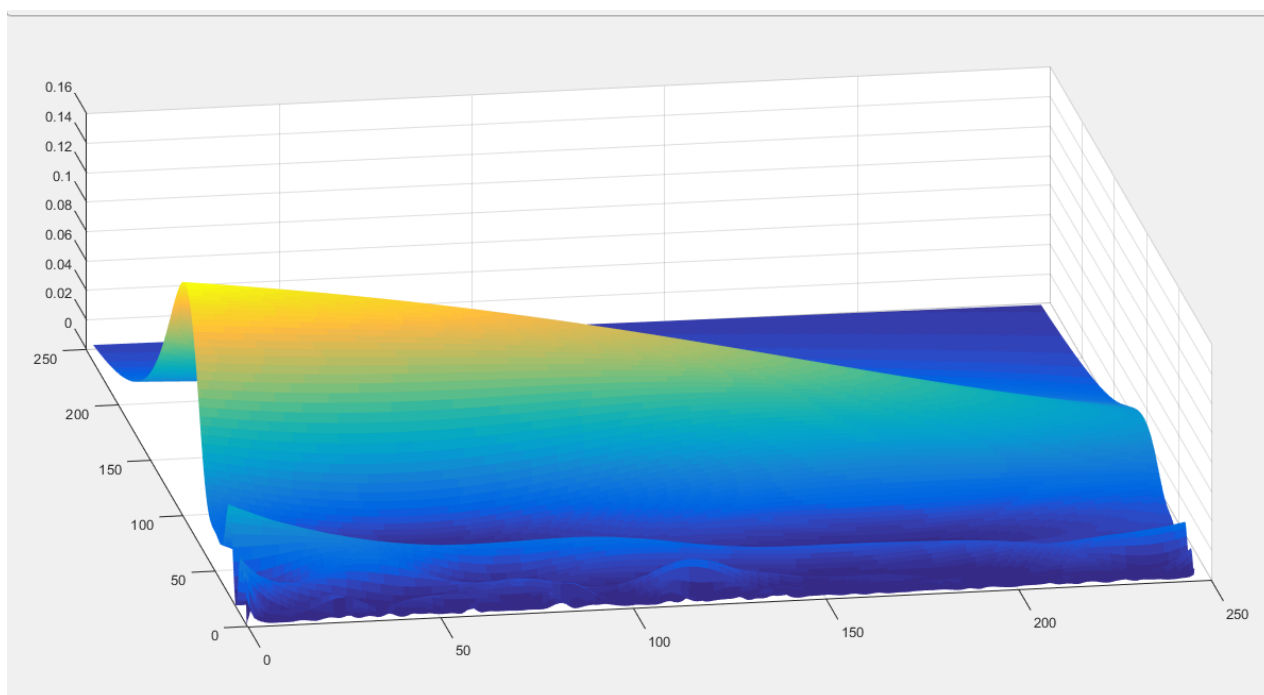


Рисунок 3.24 – Скалограма курсу російського рубля до долара США з 05.01.2017 по 31.12.2017

Як видно з отриманих скалограм, протягом 2017 року російський рубль продовжує сильно дестабілізуватись. Коливання довгих періодів змістились в область короткострокових коливань, змінюючи період впродовж всього досліджуваного проміжку.

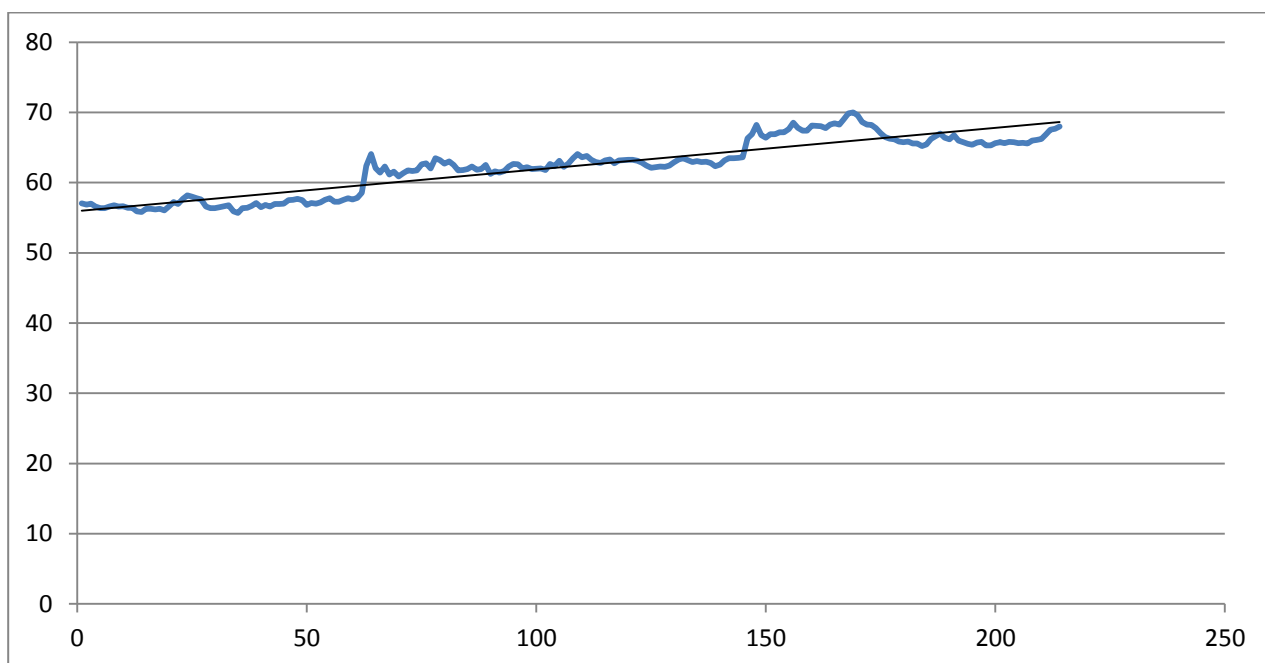


Рисунок 3.26 – Графік курсу російського рубля до долара з 01.01.2018 по 14.11.2018

З графіків видно, що отримані ряди мають тренд, якого необхідно позбавитись для того, щоб застосувати вейвлет-перетворення.

На рисунках 3.27 і 3.28 зображено вже центровані ряди, які будуть в подальшому аналізуватись.

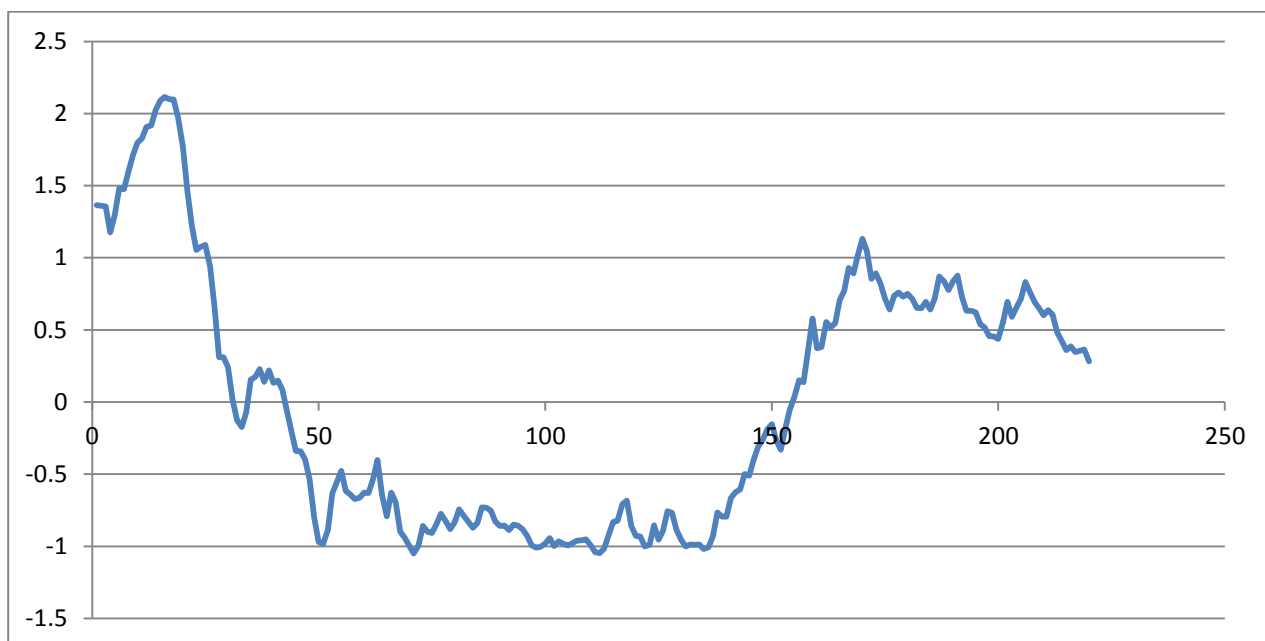


Рисунок 3.27 – Центрований графік курсу гривні до долару США з 01.01.2018 по 14.11.2018

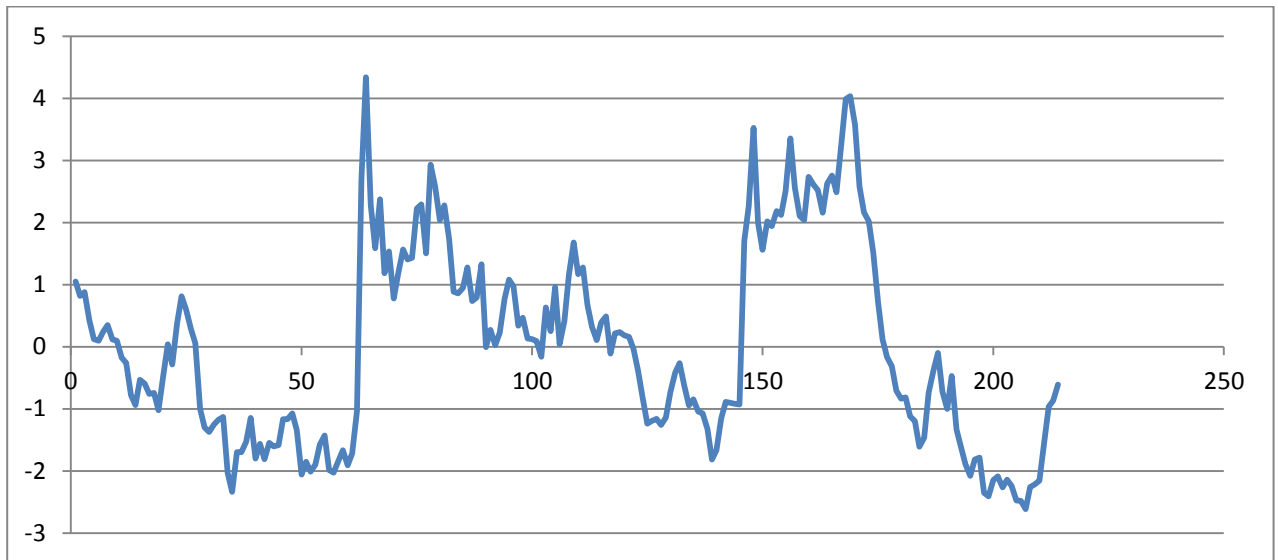


Рисунок 3.28 – Центрований графік курсу російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018

Застосувавши вейвлет-перетворення до центрованих рядів, було отримано скалограми цих рядів, які зображено на рисунках 3.29 та 3.30, в якості материнського вейвлета використовувався вейвлет Морле.

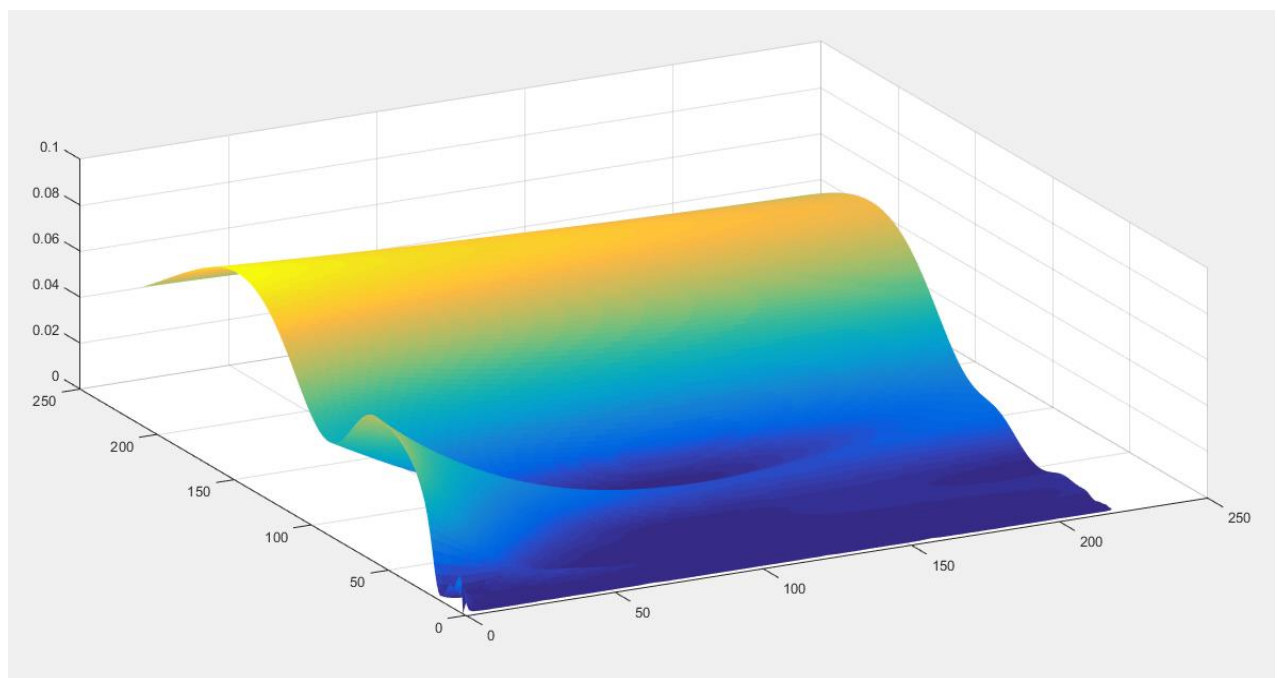


Рисунок 3.29 – Скалограма курсу гривні до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018

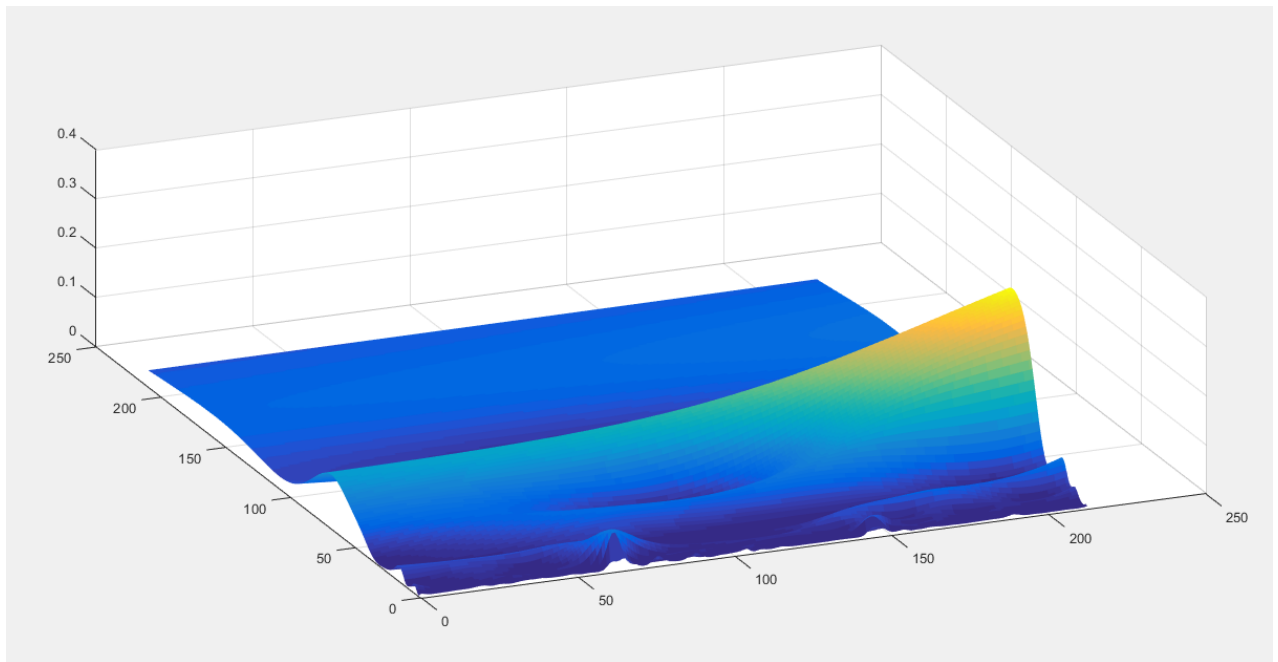


Рисунок 3.30 – Скалограма курсу російського рубля до долара США з 01.01.2018 по 14.11.2018

Як видно з отриманих скалограм, в 2018 році російський рубль остаточно дестабілізувався, довгострокові коливання майже відсутні (їх інтенсивність мінімальна), а короткострокові присутні впродовж всього досліджуваного проміжку часу. До того ж, короткострокові коливання змінюють свою інтенсивність, а також розгалужуються і потім зливаються.

Гривня продовж 2018 року має дуже стабільні довгострокові коливання та невеликі короткострокові вкінці року, що повторює скалограму 2017 року.

Висновки до розділу 3

Вейвлет Морле расписать. Побудовано нелінійну модель динаміки курсу національних валют гривні та російського рубля методами вейвлет аналізу з вейвлетом Морле в якості материнського з параметрами $B = a^2$, $a^2 = 2$ і $k_0 = 2\pi$. Дана модель була застосована до часових рядів динаміки курсів національних валют гривні та російського рубля.

З отриманих результатів вейвлет-аналізу можна зробити висновок, що протягом 2014-2018 рр. російський рубль дестабілізувався з кожним роком все

більше і більше. Це призвело до того, що його коливання з добре передбачуваних довгострокових перетворились на нестабільні короткострокові коливання.

За той самий проміжок часу гривня із відкріпленої від постійного курсу нестабільної валюти поступово еволюціонувала в стабільну добре передбачувану валюту з переважаючими довгостроковими коливаннями.

ВИСНОВКИ

В роботі було проаналізовано сучасні математичні моделі динаміки валютних ринків.

До курсів національних валют було застосовано кластеризацію методом K-means та обґрунтована необхідність залучення методів нелінійного аналізу для визначення основних закономірностей в динаміці курсів національних валют.

Була побудована нелінійна модель оцінки динаміки курсів за допомогою вейвлета-аналізу з використанням вейвлету Морле.

З використанням розробленої моделі було побудовано вейвлет-перетворення курсів національних валют. В якості материнського вейвлету використовувався вейвлет Морле. Також побудовані скалограми для кожного з курсів валют для кожного року з 2014 по 2018. Зі скалограм було зроблено висновок, що з часом валютні ринки України та РФ змінюють свою структуру, а саме:

- валютний ринок України за час з 2014 по 2018 рік еволюціонував з нестабільного, погано передбачуваного ринку з сильними спекулятивними ознаками в відносно стабільний, гарно прогнозований ринок з довгостроковими коливаннями

- валютний ринок Російської Федерації за час з 2014 по 2018 дуже сильно дестабілізувався, про що свідчить поява короткострокових коливань та згасання коливань великих періодів.

Отримана інформація може бути використана інвесторами на відповідних валютних ринках у своїх інвестиційних стратегіях, а також в педагогічній діяльності.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

- 1 Теория и практика вейвлет-преобразования.[Текст]/ Воробьев В.И., Грибунин В.Г. ВУС, 1999. С.1-204.
- 2 Вейвлет-анализ временных рядов [Текст]: Учеб, пособие.- СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. - 58 е.
- 3 Прикладная статистика: Исследование зависимостей: [Текст] Справ. изд.— М.: Финансы и статистика,/ Айвазян С.А. и др. 1985.— 487с.
- 4 Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : Учебное пособие для втузов / В. С. Пугачев . – М. : Наука, 1979 . – 496 с.
- 5 Вейвлет анализ. Основы теории. [Текст]/ Блаттер К., М.: Техносфера, 2004.
- 6 Астафьева Н.М. Вейвлет анализ: основы теории и примеры применения. [Текст] //Успехи физических наук. 1998. Т.166. Вып.11. С.1145-1170.
- 7 Practical statistics for data scientists / Peter Bruce and Andrew Bruce., Sebastopol, CA : O'Reilly Media, Inc., 2017 - 298 pages